संख्याएं जो दिमाग चकरा देती हैं

बिमल श्रीवास्तव

यदि किसी बच्चे से गिनती सुनाने को कहा जाए तो वह फर्राटे के साथ एक से लेकर सौ तक की गिनती सुना देगा क्योंकि स्कूल में उसे सौ तक की गिनती सिखाई गई है। फिर थोड़ा बड़ा होने पर उसके आगे हज़ार तक की गिनती वह अपने आप ही सीख जाता है। किंतु हज़ार से आगे की गिनती ना तो सीखने की आवश्यकता होती है और ना ही हम सिखाने का प्रयास करते हैं।

जब बच्चा और बड़ा होता है तो वह धनी व्यक्तियों के बारे में सुनता है जो लखपति अथवा करोड़पति होते हैं। अर्थात जिनके पास लाखों अथवा करोड़ों रुपए होते हैं। उसे तब पता चलता है कि एक लाख का अर्थ है एक के आगे 5 शून्य तथा एक करोड़ का अर्थ है 1 के आगे 7 शून्य। फिर देश का बजट आता है जो अरब अथवा खरब (अर्थात 1 के आगे 9 शून्य और 11 शून्य) होता है। अंग्रेज़ी माध्यम स्कूलों में मिलियन (या दस लाख), फिर बिलियन (हज़ार मिलियन अर्थात एक अरब) भी पढ़ते हैं। किन्तु इससे आगे की संख्या वहां सामान्यतः नहीं सिखाई जाती है तथा उसके लिए 100 बिलियन या 1000 बिलियन (कभी-कभी ट्रिलियन अर्थात 1 के बाद 12 शून्य) ही कहा जाता है।

किंतु हिन्दी माध्यम के स्कूल इस मामले में बहुत आगे हैं जहां अरब, खरब के बाद नील (1 के बाद 13 शून्य), पद्म (1 के बाद 15 शून्य) तथा शंख (1 के बाद 17 शून्य) और यहां तक कि महाशंख (1 के बाद 19 शून्य) तक भी सिखा दिया जाता है। सामान्य जीवन में इनके बाद की गिनती तो मात्र कल्पना की दुनिया ही लगती है, और आगे की गिनती कोई नहीं सीखता है। (वैसे अब अंग्रेज़ी समाचार पत्रों की देखा देखी, हिन्दी समाचार पत्रों तथा टी.वी. आदि पर 25 मिलियन रुपए (सही शब्द ढाई करोड़ रुपए) या एक बिलियन जनसंख्या प्रयुक्त किया जाने लगा है जबकि इसके लिए सही शब्द 100 करोड़ या एक अरब होना चाहिए।) किन्तु वैज्ञानिक क्षेत्र में गिनतियों का अन्त यहीं नहीं हो जाता तथा आज के युग में जब विज्ञान इतनी ऊंचाई पर पहुंच चुका है तो वैज्ञानिकों का काम अरब, खरब, नील, पद्म, शंख, और महाशंख अथवा बिलियन, ट्रिलियन से नहीं चलता है बल्कि उससे आगे की गिनती को भी सीखने की आवश्यकता पड़ सकती है।

बड़ी संख्याएं

अंग्रेज़ी में बड़ी तथा छोटी संख्याओं के लिए वैज्ञानिक शब्द हैं। इनमें कुछ शब्दों से तो हम परिचित ही हैं। उदाहरण के लिए डेसी, सेंटी, मिली, माइक्रो, डेका, किलो आदि। जैसे डेसीग्राम (1/10 ग्राम), सेंटीमीटर (1/100 मीटर), मिलीग्राम (1/1000 ग्राम), माइक्रोमीटर (10^{-6} मीटर), डेकाग्राम (10 ग्राम), किलोमीटर (1000 मीटर) आदि।

बडी संख्या के शब्दों की श्रृंखला में आगे के शब्द भी हम सुनते हैं जैसे मेगा (10^6), गीगा (10^9), टेरा (10^{12}) आदि। इसी क्षेत्र में ऐसे कुछ और शब्द हैं जैसे पेटा (10^{15}), तथा एक्सा (10^{18}) आदि।

वैसे यह भी विदित है कि इन संख्याओं को लिखते समय प्रायः हम पारम्परिक शब्दों का उपयोग करना पसन्द करते हैं। जैसे हम दिल्ली से बेंगलुरू की दूरी 2000 किलोमीटर ही कहना चाहेंगे, 2 मेगामीटर नहीं। समय के साथ इन तरीकों में भी परिवर्तन आ सकता है।

किंतु कुछ शब्द ऐसे हैं जो अधिक प्रचलित नहीं है। जैसे ज़ेटा (1 के बाद 21 शून्य), योटा (1 के बाद 24 शून्य), ज़ेना (1 के बाद 27 शून्य), वेन्डेका (1 के बाद 33 शून्य), गूगल (1 के बाद 100 शून्य) इत्यादि।

अब प्रश्न उठता है कि इन महाविशाल तथा अति सूक्ष्म संख्याओं का प्रयोजन क्या है। वास्तव में वैज्ञानिक क्षेत्र में इन सभी संख्याओं का अस्तित्व है। यद्यपि ये नाम मात्र के लिए ही प्रयोग में लाई जाती हैं, किंतु कभी-कभी उनकी आवश्यकता पड़ ही जाती है। विशेष तौर पर लिखित भाषा में बजाय 10^{24} लिखने के 1 योटा लिखना अधिक सरल है।

उदाहरण के लिए वर्ष 2003 में विश्व की जनसंख्या 6 अरब से अधिक (एक अरब अर्थात एक के बाद नौ शून्य अथवा 10^9) थी, जो काफी बडी संख्या मानी जाती है। प्रत्यक्ष है कि 10^9 कहने पर यह संख्या हमें उतनी बड़ी नहीं लगती जितनी 6 अरब कहने पर। किन्तु कुछ दूसरी ऐसी संख्याएं हैं जो वास्तव में बड़ी हैं। जैसे प्रकाश की गति एक सेकंड में तीन लाख किलोमीटर है और प्रकाश एक वर्ष में94.5 खरब किलोमीटर की दूरी पूरी करता है ($9.45x10^{12}$ किलोमीटर) जिसे हम 9.45 पेटामीटर कह सकते हैं। इसके अलावा ब्रह्मांड में अनेक निहारिकाएं हैं जो बहुत दूर-दूर हैं। जैसे एंड्रोमेडा नामक निहारिका लगभग 20 जेटा मीटर (अर्थात 2 के बाद 22 शून्य मीटर) की दूरी पर स्थित है। ब्रह्मांड की अब तक की सबसे अधिक दूरी की वस्तु जो भौतिक साधनों द्वारा देखी जा सकती है वह एक क्वासर है जो लगभग 130 योटामीटर ($1.3x10^{26}$ मीटर) दूर है और यह दूरी प्रकाश लगभग 14 अरब वर्ष में पूरी करता है। कुछ निहारिकाएं तो एक खरब प्रकाश वर्ष से भी अधिक दूरी पर स्थित हैं। मीटर में बताया जाए तो यह दूरी लगभग 10 योटा मीटर (1 के बाद 25 शून्य) आती है।

यदि सम्पूर्ण पृथ्वी की मात्रा निकाली जाए तो लगभग 6 ज़ेनाग्राम (6 के बाद 27 शून्य) आती है। सूर्य का जन्म आज से लगभग 5 अरब वर्ष पूर्व हुआ था तथा इसका अस्तित्व (पृथ्वी सहित) लगभग 10 अरब वर्ष बाद समाप्त हो जाएगा। इसे हम क्रमशः 150 पेटासेकंड तथा 300 पेटासेकंड अथवा 0.15 एक्सासेकंड तथा 0.3 एक्सासेकंड कह सकते हैं (3 के बाद 17 शून्य)।

इसी प्रकार ब्रह्मांड की उत्पत्ति (बिग बैंग) लगभग 12 से 15 अरब वर्ष पूर्व माना जाता है। अथवा हम कह सकते हैं कि ब्रह्मांड 0.43 एक्सासेकंड पूर्व बना था। एक और क्षेत्र जहां बड़ी संख्याओं का उपयोग किया जाता है वह है कंप्यूटर का क्षेत्र। आरम्भिक दिनों में कंप्यूटर की मेमोरी किलोबाइट में मापी जाती थी। फिर यह मेगाबाइट (1 के बाद 6 शून्य) में मापी जाने लगी। अब यह बढ़ कर गीगाबाइट (1 के बाद 9 शून्य) तथा टेराबाइट (1 के बाद 12 शून्य) तक पहुंच चुकी है। भविष्य के कंप्यूटर पेटाबाइट (1 के बाद 15 शून्य) या एक्साबाइट (1 के बाद 18 शून्य) या शायद उससे भी आगे पहुंच जाएंगे।

यदि संसार के पुस्तकालयों की सारी पुस्तकों में लिखे हुए शब्दों के अक्षरों को गिना जाए तो केवल एक ज़ेटा (1 के बाद 21 शून्य) निकलेंगे। इसे यदि हिन्दी कहेंगे तो 10,000 शंख अक्षर हैं। एक गणना के अनुसार यदि अंग्रेज़ी वर्णमाला के सभी 26 अक्षरों के विभिन्न वर्गों को मिला कर सार्थक तथा निरर्थक शब्द बनाए जाएं तो कुल मिला कर 403 योटा (4 के बाद 26 शून्य) से भी अधिक शब्द बनेंगे।

किंतु सख्याएं यहीं समाप्त नहीं होती है। इसके आगे भी हैं। यदि हम परमाणु के सबसे छोटे कण की तुलना सम्पूर्ण ब्रह्मांड के आकार से करें तो यह अनुपात 10^{51} आता है। और अब से लगभग 2000 वर्ष पूर्व प्रसिद्ध वैज्ञानिक आर्कमिडीज़ ने भी अनुमान लगाया था कि पूरे ब्रह्मांड में कणों की संख्या 10^{51} है। इस सदी के आरंभ में आर्थर एडिंगटन ने गणना करके बताया था कि सम्पूर्ण ब्रह्मांड में परमाणु से भी छोटे कणों की संख्या 10^{80} है।

अब एक क्षण के लिए मान लीजिए कि ब्रह्मांड का प्रत्येक छोटा कण फैलना चालू कर दे और हर कण फैल कर इतना बड़ा हो जाए कि उस अकेले कण में पूरा ब्रह्मांड समा जाए। दूसरे शब्दों में ब्रह्मांड अपने आकार से ब्रह्मांड गुना बड़ा हो जाए। अब यदि हम दुबारा इस विकराल आकार के ब्रह्मांड के छोटे कणों की संख्या की गणना करें तो कुल संख्या क्या होगी। यह संख्या होगी $10^{80}x10^{80}$ अर्थात 10^{160}। है ना चकराने वाली बात।

और भी बड़ी संख्याएं

वास्तविक रूप से जो सबसे बड़ी संख्या मानी गई है उनमें सबसे पहले तो गूगल का नाम आता है। यह संख्या

एक के बाद 100 शून्य अर्थात 10^{100} के बराबर होती है। गूगल से भी बड़ी संख्या के रूप में गणितज्ञों ने सबसे बडी रूढ़ संख्या (प्राइम नम्बर) का पता लगाया है वह लगभग इतनी बड़ी है जितनी 1 के बाद 65,000 शून्य लगाने पर आती है (अर्थात 10^{65000})।

अब यदि एक असम्भव सी बात की संभावना का पता लगाया जाए तो और भी बडी संख्याएं सोची जा सकती हैं। उदाहरण के लिए इस बात की क्या संभावना है कि एक चिम्पैंज़ी टाइपिंग सीखकर शेक्सपीयर की सारी रचनाएं टाइप कर देगा। वैज्ञानिकों बताया है कि इसकी संभावना एक के बाद एक लाख शून्य ($10^{1,00,000}$) में एक है।

इसके बाद की बड़ी संख्या गूगलप्लेक्स कहलाती है, जो वास्तव में बहुत बड़ी है। यह संख्या एक के बाद इतने शून्य लगाने के बाद आती है जितने एक गूगल में है (अर्थात $10^{\text{गूगल}}$)। उल्लेखनीय है कि गूगलप्लेक्स का अर्थ गूगल गुना गूगल नहीं है क्योंकि गूगल गुना गूगल तो 10^{100}x10^{100} अर्थात 10^{200} से दर्शा सकते हैं। किंतु गूगलप्लेक्स का मान इससे बहुत अधिक होता है। कुछ गणितज्ञों का अनुमान है कि शतरंज के खेल को लगभग एक गूगलप्लेक्स तरीकों से खेला जा सकता है।

गणित की एक विशिष्ट शाखा होती है नम्बर थ्योरी। इसके अंतर्गत एक संख्या की कल्पना की जाती है जिसे स्कीवीज़ नम्बर कहते हैं। मस्तिष्क को चकरा देने वाली यह संख्या इतनी बड़ी है कि इसे सरल शब्दों में लिख पाना संभव नहीं है। फिर भी इसे 10^10^10^34 लिखा जा सकता है, जबकि 10^10 का अर्थ है 10^{10}।

परंतु एक अन्य विशालतम संख्या की कल्पना कर ली गई है जिसे ग्राहम संख्या कहते हैं। इसका उपयोग रैमज़े थ्योरी में किया जाता है। यह संख्या इतनी बड़ी है कि आजकल की भाषा में लिखना शायद भगवान ब्रह्मा के लिए ही संभव हो। हो सकता है इसके लिए गणित की किसी नई शाखा का आविष्कार करना पड़ जाए। फिलहाल इसे ऐसे समझा जा सकता है कि यदि सम्पूर्ण ब्रह्मांड को कागज़ में परिवर्तित कर दिया जाए, और फिर ग्राहम संख्या के शून्यों को लिखना आरंभ करें तो सारा कागज़ समाप्त हो जाने के बाद भी संख्या के सभी शून्य नहीं लिखे जा सकते।

छोटी संख्याएं

इतनी बड़ी-बड़ी संख्याओं की बात करते-करते अब जरा सूक्ष्म संख्याओं पर गौर किया जाए। वैसे तो छोटी संख्याएं भी लिखी गई हैं किंतु इनकी कुछ सीमाएं हैं। छोटी संख्याएं उतनी छोटी नहीं हो सकतीं जितनी बड़ी संख्याएं बड़ी हो सकती हैं।

वैज्ञानिक भाषा में छोटी संख्याओं के लिए डेसी (1/10), सेंटी (1/100), मिली (1/1000) तथा माइक्रो (10^{-6}), नैनो (10^{-9}), तथा पीको (10^{-12}) जैसे शब्द प्रचलित हैं।

इनके अलावा और भी ऐसे शब्द हैं जो उतने प्रचलित नहीं हैं किन्तु गणितज्ञों तथा वैज्ञानिकों द्वारा प्रयुक्त होते हैं। जैसे फेम्टो (10^{-15}) अट्टो (10^{-18}), ज़ेप्टो (10^{-21}), योक्टो (10^{-24}), ज़ेनो (10^{-27}), तथा वेन्डेको (10^{-33}) के लिए प्रयुक्त किया जाता है।

उदाहरण के लिए आंख की पलक झपकने में 25 मिलीसेकंड का समय तथा कैमरे के फ्लैश में10 माइक्रोसेकंड का समय लगता है। प्रकाश सूक्ष्मदर्शी का रिज़ॉल्यूशन 200 नैनोमीटर ($2x10^{-7}$ मीटर), ई.कोली बैक्टीरिया का भार 665 फेम्टोग्राम ($665x10^{-15}$ ग्राम) तथा वायरस का भार 10 अट्टोग्राम ($10x10^{-18}$ ग्राम) होता है। इसी प्रकार परमाणु की मात्रा $1.66x10^{-27}$ किलोग्राम अथवा 1.66 योक्टाग्राम होती है तथा एक इलेक्ट्रॉन वोल्ट 160 ज़ेप्टोजूल ($1.6x10^{-19}$ जूल) होता है। बोल्ट्ज़मैन्स स्थिरांक का मान $1.4x10^{-23}$ जूल प्रति केल्विन या 14 योक्टाजूल प्रति केल्विन है। तथा प्लैंक स्थिरांक का मान $6.62x10^{-34}$ जूल सेकंड अथवा 0.662 वेन्डेको जूल सेकंड होता है। इसी प्रकार इलेक्ट्रॉन का अर्धव्यास $2.8x10^{-15}$ मीटर अथवा 2.8 फेम्टोमीटर होता है। स्थिर अवस्था में उसका भार $9.1x10^{-31}$ किलोग्राम अथवा 0.91 ज़ेनोग्राम होता है। तो संख्याओं की दुनिया अद्भुत है, जिसे जानने-समझने के लिए किसी गणितज्ञ की सहायता लेनी पड़ सकती है। ***(स्रोत फीचर्स)***