

सुशील जोशी

आओ धरती को नापें

अगर मैं कहूँ कि धरती को नापना वास्तव में बच्चों का खेल है तो शायद तुम्हें यकीन न हो। यकीन हो भी कैसे? इतना बड़ा काम बच्चों का खेल कैसे हो सकता है? पर ईसा से लगभग 250 साल पहले (यानी आज से कोई 2260 साल पहले) इरेटोस्थेनीज़ ने जिस तरह घर बैठे धरती का घेरा नापा था, उसे जानने के बाद तो तुम्हें यकीन हो ही जाएगा। नपाई का उनका तरीका इतना आसान था कि तुम शायद कहोगे — अरे, इतनी-सी बात है!

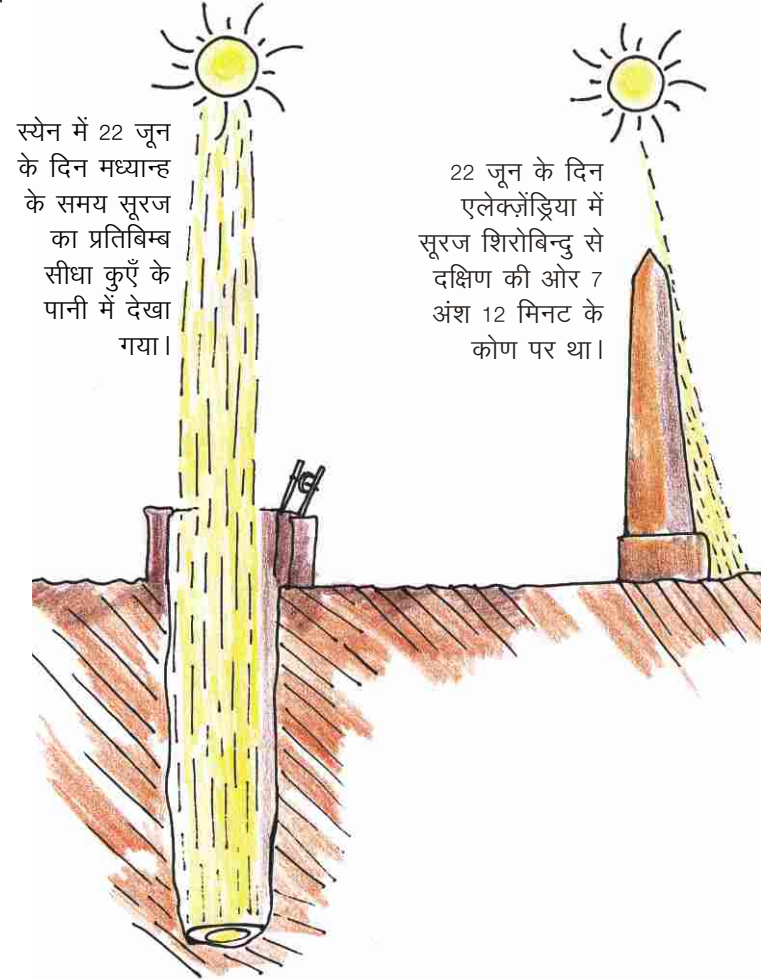
सबसे पहले इरेटोस्थेनीज़ और नपाई के उनके तरीके को देखते हैं। उनके तरीके से क्या तुम भी धरती को नापना चाहोगे?

इरेटोस्थेनीज़ ने धरती कैसे नापी...
इरेटोस्थेनीज़

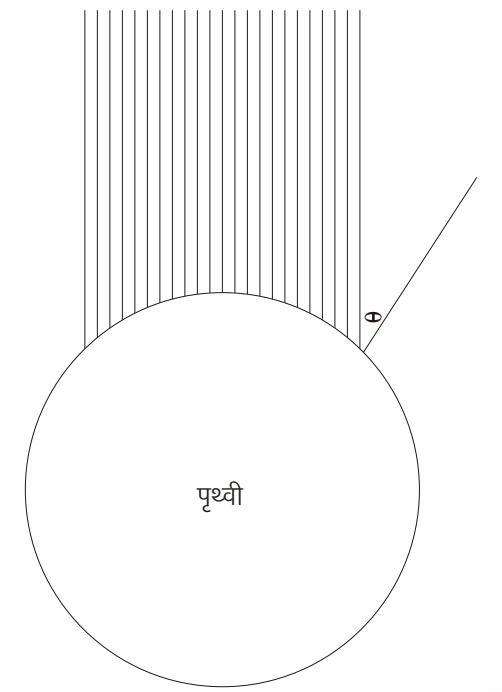
एलेक्ज़ेंड्रिया के मशहूर पुस्तकालय के अध्यक्ष थे। उन्होंने सुना था (या शायद देखा था) कि थोड़ी दूर बसे शहर स्येन में 22 जून के दिन मध्यान्ह के समय सूरज का प्रतिबिम्ब सीधा कुएँ के पानी में देखा जा सकता है। (मध्यान्ह दिन का वह समय होता है जब किसी भी वस्तु की छाया सबसे छोटी बनती है।) इसका मतलब यह होगा कि उस समय स्येन में सूरज ठीक सिर के ऊपर होता होगा। स्येन शहर का नाम आजकल आस्वान है। जब सूर्य इस तरह ठीक सिर के ऊपर होता है तो हम कहते हैं कि वह शिरोबिन्दु या जेनिथ पर है।

22 जून के दिन सूरज उन सारे स्थानों पर शिरोबिन्दु पर होता है जो कर्क रेखा पर हैं। इस दिन को हम कर्क संक्रांति भी कह सकते हैं। तुम जानते ही होगे कि उज्जैन कर्क रेखा पर स्थित है। कर्क रेखा पर स्थित कुछ अन्य महत्वपूर्ण शहरों को नक्शे में देखो।

इरेटोस्थेनीज़ ने पता किया कि 22 जून के दिन एलेक्ज़ेंड्रिया में सूरज शिरोबिन्दु से कितने कोण पर होता है। उन्होंने पाया कि उस दिन एलेक्ज़ेंड्रिया में सूरज शिरोबिन्दु से दक्षिण की ओर 7 अंश 12 मिनट के कोण पर था।



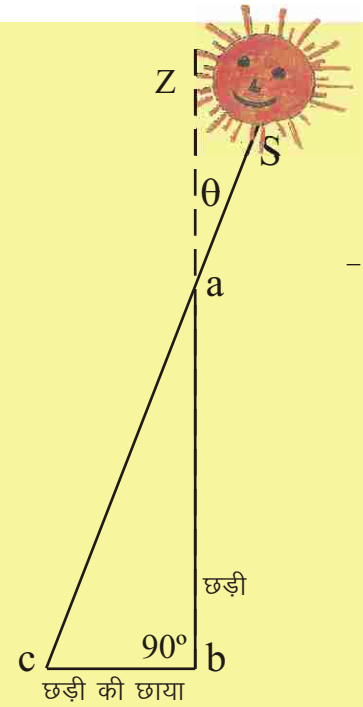
22 जून को सूर्य की किरणें



पृथ्वी

क्यों न इरेटोस्थेनीज़ की कहानी के साथ-साथ हम भी पृथ्वी की नपाई करने की तैयारी करते चलें...

पहली बात यह कि मध्यान्ह किसे कहते हैं। मध्यान्ह दिन के उस समय को कहते हैं जब उस दिन किसी भी वस्तु की छाया सबसे छोटी हो। मध्यान्ह जानने के लिए हम 1 मीटर से थोड़ी लम्बी छड़ी ज़मीन में गाड़ देते हैं। इस तरह कि छड़ी का 1 मीटर हिस्सा ज़मीन से ऊपर निकला हो। दिन भर उसकी छाया की लम्बाई बदलती रहेगी। सुबह और शाम के समय छाया खूब लम्बी होगी जबकि दोपहर में छोटी होगी। यदि हम दोपहर करीब 11 बजे से 1 बजे तक हर 10-10 मिनट में छाया की लम्बाई नापें तो बता सकेंगे कि सबसे छोटी छाया कितनी बजे बनी थी और उसकी लम्बाई कितनी थी। छाया की लम्बाई छड़ी जहाँ



Z शिरोबिन्दु
S सूरज की वास्तविक स्थिति
ZaS शिरोबिन्दु से कोण

ज़मीन में गड़ी है, वहाँ से नापनी होगी।

इस जानकारी के आधार पर हम पता कर सकते हैं कि सूरज शिरोबिन्दु से कितने कोण पर था। सबसे पहली बात तो यह देखें कि छाया छड़ी के उत्तर की ओर थी या दक्षिण की ओर। वास्तविक कोण निकालने के लिए थोड़ा ज्यामिति का उपयोग करना होगा।

हमें यह पता लगाना है कि कोण **SaZ** कितने अंश का है। चित्र से साफ है कि कोण **SaZ** और कोण **bac** बराबर हैं (क्योंकि वे सम्मुख कोण हैं)।

तो हमारी समस्या है कोण **bac** पता करना।

एक बार फिर चित्र को देखो। हमने छड़ी को सीधा गाड़ा है। तो त्रिभुज **abc** समकोण त्रिभुज है। इसकी भुजा **ab** 1 मीटर है। भुजा **bc** (यानी छाया की लम्बाई) हम नाप लेंगे। इन तीन जानकारियों के आधार पर आसानी से तुम त्रिभुज **abc** बनाकर कोण **bac** पता कर सकते हो। कोण **bac** ही कोण **SaZ** होगा। यही है सूरज का शिरोबिन्दु से कोण। इसे हम (थीटा) कहेंगे।

इरेटोस्थेनीज़ जानते थे कि पृथ्वी गोलाकार है। वे स्येन से एलेक्ज़ेंड्रिया के बीच की दूरी भी जानते थे। उस समय दूरी नापने की इकाई एक स्टेडियम होती थी। इरेटोस्थेनीज़ के अनुसार एलेक्ज़ेंड्रिया से स्येन के बीच की दूरी 5000 स्टेडियम थी।

इन सब आँकड़ों से लैस होकर इरेटोस्थेनीज़ ने तर्क का उपयोग किया। उन्होंने माना कि एलेक्ज़ेंड्रिया में सूरज के शिरोबिन्दु से दक्षिण की ओर 7.12 डिग्री के कोण पर होने का कारण पृथ्वी की गोलाई है। यानी एलेक्ज़ेंड्रिया से स्येन के बीच पृथ्वी की कुल गोलाई (360°) का 1/50 भाग है। (इसे यूँ भी समझा जा सकता है कि 50x7.12 लगभग 360 होता है।) यानी एलेक्ज़ेंड्रिया से स्येन के बीच की दूरी पृथ्वी की परिधि का पचासवाँ भाग है। यानी पृथ्वी की परिधि एलेक्ज़ेंड्रिया से स्येन की दूरी की 50 गुना होगी।



इरेटोस्थेनीज़
जन्म: लगभग ईसा पूर्व
280

इरेटोस्थेनीज़ एक महान विचारक, प्रयोगकर्ता, गणितज्ञ, नक्शानवीस और खगोलविद थे।

ईसा से लगभग 250 साल पहले इरेटोस्थेनीज़ ने धरती की परिधि पता की। आज हम जानते हैं कि उस परिधि और वास्तविक परिधि (40,902 किलोमीटर) में थोड़ा अन्तर है। इसके कई कारण हो सकते हैं। जैसे हो सकता है कि इरेटोस्थेनीज़ ने एलेक्ज़ेंड्रिया और स्येन के बीच की दूरी शायद एकदम सीध में न भी नापी हो। इसमें कमी-बेशी हो सकती है। दूसरी बात, इरेटोस्थेनीज़ ने माना था कि स्येन शहर एलेक्ज़ेंड्रिया से ठीक दक्षिण में है। वास्तव में वह थोड़ा दक्षिण-पूर्व में है। आज हम यह भी जानते हैं कि स्येन ठीक कर्क रेखा पर नहीं है बल्कि उससे थोड़ा उत्तर में है। इन सब कारणों से थोड़ी-थोड़ी गलती की सम्भावना रही होगी।

कहते हैं कि किसी भी क्षेत्र में अब्बल नहीं रहने के कारण इरेटोस्थेनीज़ को बीटा कहा जाता था जो यूनानी वर्णमाला का दूसरा अक्षर है। पर धरती की नपाई के मामले में तो वे अल्फा ही रहे...! है न?

तो कितनी निकली धरती की परिधि?

इरेटोस्थेनीज़ को 22 जून के दिन एलेक्ज़ेंड्रिया पर पता था – 7.12 डिग्री। उन्हें उसी दिन स्येन का भी

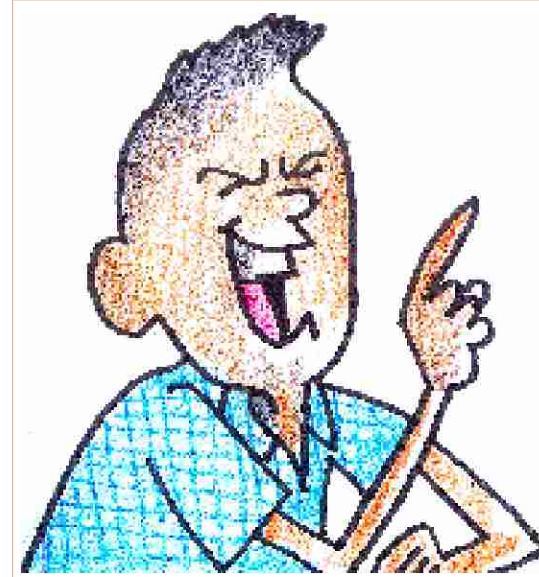
पता था – शून्य डिग्री। उन्हें स्येन और एलेक्ज़ेंड्रिया के बीच की दूरी पता थी (760 किलोमीटर)। फिर इस सूत्र की मदद से उन्होंने पृथ्वी की परिधि पता की:

$$\theta = \frac{\text{दो स्थानों के बीच की दूरी}}{\text{पृथ्वी की परिधि}} \quad (\text{एक स्थान कर्क रेखा पर})$$

अर्थात्

$$\text{पृथ्वी की परिधि} = \frac{\text{दो स्थानों के बीच की दूरी} \times 360}{\theta}$$

आज हमारे पास इरेटोस्थेनीज़ की कोई रचना उपलब्ध नहीं है। हमें पता नहीं कि उन्होंने पृथ्वी की परिधि कितनी निकाली थी। उन्होंने यह गणना की थी कि पृथ्वी की प्रति डिग्री गोलाई को दूरी में 700 स्टेडियम माना जा सकता है। अब यदि एक



आम रसीला खाया क्या
आम रसीला खाया क्या
मज़ा तुम्हें फिर आया क्या
इमली खट्टी खाई क्या
दोनों आँख दबाई क्या
शैलेन्द्र सरस्वती

स्टेडियम (एटिक स्टेडियम) 185 मीटर का मानें तो पृथ्वी की परिधि निकलती है 46,620 किलोमीटर जो वास्तविक मान से 16 प्रतिशत ज़्यादा है। दूसरी ओर यदि माना जाए कि वे मिस्री स्टेडियम (157.5 मीटर) को मानते थे तो पृथ्वी की परिधि 39,690 किलोमीटर निकलती है जो वास्तविक मान से मात्र 1 प्रतिशत कम है। खैर, इस विवाद का फैसला हमारा काम नहीं है। मुख्य बात यह है कि इरेटोस्थेनीज़ ने एक तरीका बताया है कि हम पृथ्वी की परिधि कैसे नाप सकते हैं।

एक बार पता कर लेने के बाद आगे बढ़ने के दो तरीके हैं। पहला तरीका तो वही है जो ऊपर दिया गया है और जिसका उपयोग इरेटोस्थेनीज़ ने किया था। तुमने अपने शहर या गाँव के लिए पता कर लिया है। अब तुम्हें कर्क रेखा पर कोई ऐसा स्थान पता करना है जो तुम्हारे स्थान से ठीक उत्तर (या दक्षिण) में हो। वहाँ का शून्य है। इन दो स्थानों के बीच की दूरी और के अन्तर को ऊपर बताए सूत्र में डालो और धरती की परिधि नाप लो।

दूसरा तरीका भी लगभग ऐसा ही है। लेकिन इसके लिए न तो 22 जून का इन्तज़ार करने की ज़रूरत है और न कर्क रेखा पर स्थान ढूँढने की।

करना यह होगा कि तुम अपने गाँव या शहर में किसी दिन पता करो। उसी दिन ठीक उत्तर या दक्षिण में रहने वाले किसी मित्र से उसके गाँव या शहर में पता करने को कहो। इन दोनों का अन्तर ऊपर वाले सूत्र में रखो और पृथ्वी की परिधि पता कर लो।

$$\text{पृथ्वी की परिधि} = \frac{\text{दो स्थानों के बीच की दूरी} \times 360}{\theta_1 - \theta_2}$$

इन दो में से जो विधि तुम्हें सुविधाजनक लगे उसका उपयोग करके पृथ्वी की परिधि पता करके लिख भेजो। यदि कोई दिक्कत हो तो बताना। खास तौर से उन लोगों को तो दूसरी विधि का ही प्रयोग करना होगा जो कर्क रेखा पर बसे हैं। एक और बात का ध्यान रखना होगा कि जिन स्थानों को इस प्रयोग के लिए चुनो उनके बीच दूरी जितनी अधिक होगी परिणाम उतने अच्छे आएँगे।