त्वरित टिप्पणी

ऋणात्मक संख्या में ऋणात्मक संख्या का गुणा

जयश्री सुब्रह्मण्यम

इस अंक में 'आपने लिखा' में पाठकों के खत पढ़ते हुए आपने श्री नरेन्द्र सिंह का खत भी पढ़ा होगा। वे यह जानना चाहते हैं कि अगर एक ऋणात्मक संख्या को दूसरी ऋणात्मक संख्या से गुणा करें तो हमें गुणनफल धनात्मक संख्या के रूप में ही क्यों मिलता है। जयश्री सुब्रह्मण्यम ने इस सवाल का जवाब दिया है। अन्य पाठक भी इस कोशिश में शामिल हो सकते हैं।

आमतौर पर हम गुणा को बारंबार किए जा रहे जोड़ के रूप में समझते हैं। इसलिए 3 x 3 को 2 + 2 + 2 या 3 + 3 के रूप में समझ सकते हैं। जब हम धनात्मक संख्याओं को ऋणात्मक संख्याओं से गुणा करें तब भी ऐसा करना संभव है

$3 \times (-2) = (-2) + (-2) + (-2) = -6$

और

$(-3) \times 2 = (-3) + (-3) = -6$

परन्तु अगर हम दो ऋणात्मक संख्याओं को गुणा करें तो उसे बारंबार जमा के रूप में नहीं निरूपित कर सकते। इसलिए हमें देखना होगा कि दो ऋणात्मक संख्याओं के गुणा को कैसे परिभाषित करें ताकि उससे पूर्णांक संख्याओं के गुणधर्मों से किसी तरह विरोधाभास पैदा न हो।

अगर हमें मालूम हो कि (-1) x (-1) क्या है, तो हम ऋणात्मक संख्याओं की किसी भी जोड़ी का गुणा कर सकते हैं। उदाहरण के लिए अगर हमें पता करना है कि (-3) x (-2) क्या है तो ऋणात्मक संख्याओं के संगति के गुणधर्म (Association Property) का इस्तेमाल करते हुए हम इस प्रकार लिख सकते हैं -

$$(-3) \times (-2) = (-1) \times (3) \times (-1) \times (2)$$
$$= (-1) \times (-1) \times (3 \times 2) = (-1 \times -1) \times 6$$

इसलिए, आइए यह पता करने की कोशिश करें कि (-1 x -1) क्या होगा? प्राकृतिक

संख्याओं के संदर्भ में हमें मालूम है कि उन पर वितरण नियम (Distributive Property) लागू होता है।

हम चाहेंगे कि यह वितरण नियम पूर्णांकों के लिए भी उपलब्ध हो। यानी कि समस्त पूर्णांकों के लिए हम चाहेंगे कि

a (b + c) = (a b) + (a c)

इसका अर्थ यह हुआ कि (-1) x (-1) के लिए हम जो भी मूल्य निर्धारित करें उसकी वजह से वितरण नियम से विरोधाभास पैदा नहीं होना चाहिए।

यह सब जानते हुए हम -1 x 0 को जांचें। हमें मालूम है कि इसका उत्तर शून्य है।

और 0 को हम (-1 + 1) के रूप में दर्शा सकते हैं। इसलिए

0 = -1 x 0 = -1 x (-1 + 1)

= (-1 x -1) + (-1 x 1)

= (-1 x -1) + (-1)

यानी (-1 x -1) + (-1) = 0

अगर हम -1 को दाहिनी ओर ले जाएं

(-1 x -1) = 1

इसलिए अगर हम चाहते हैं कि वितरण नियम का गुणधर्म यहां भी लागू रहे, तो हम (-1 x -1) को 1 के रूप में परिभाषित करने को मजबूर होते हैं।

इस वजह से हम अगर किन्हीं भी दो ऋणात्मक संख्याओं का गुणा करें तो वो धनात्मक होगा

(-3) x (-2) = (-1 x -1) x (3 x 2)

= (-1 x-1) x 6

= 1 x 6 = 6

जयश्री सुब्रह्मण्यमः गणित में अध्ययन और अध्यापन के बाद एकलव्य में गणित शिक्षण पर काम कर रही हैं। भोपाल में रहती हैं।