

वृत्त का क्षेत्रफल

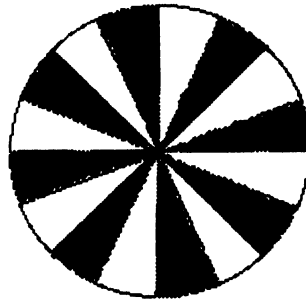
पिछले अंक में हमने आपसे एक सवाल पूछा कि – किसी वृत्त की परिधि को आधा करके उसे उसके अर्धव्यास से गुणा कर दें तो हमें वृत्त का क्षेत्रफल मिल जाता है। वृत्त के सूत्र के आधार पर तो तुरंत समझ में आता है कि ऐसा क्यों होता है। लेकिन तर्क के आधार पर समझाइए कि इन दो राशियों को गुणा करने पर हमें वृत्त का क्षेत्रफल कैसे मिल जाता है?

इस सवाल का जवाब दीपक सोंधिया, ज़िला उमरिया ने भेजा है जिसे यहां प्रकाशित किया जा रहा है।

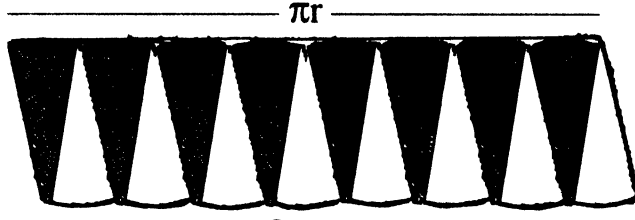
आमतौर पर वृत्त का क्षेत्रफल πr^2 से मिल जाता है। यानी परिधि का आधा πr और उसके अर्ध व्यास r को गुणा करने पर वृत्त का क्षेत्रफल $\pi r \times r = \pi r^2$ मिल जाता है। लेकिन यहां बात हो रही है इस सूत्र की तह तक जाने की।

वृत्त के क्षेत्र से हमारा तात्पर्य परिधि से घिरे हुए भाग से है। वृत्त की आकृति बनाकर समझने की कोशिश करते हैं कि आखिर इस सूत्र तक कैसे पहुंचा जा सकता है। कागज़ पर किसी भी त्रिज्या का एक वृत्त बनाया और फिर केन्द्र से परिधि तक सरल रेखाएं खींचकर वृत्त को काफी सारे हिस्सों में बांट दिया। यहां पर उदाहरण के लिए हमने वृत्त को 16 हिस्सों में बांटा है। ये सब हिस्से समद्विबाहु त्रिभुज हैं। (चित्र-1)

अब इस वृत्त के प्रत्येक समद्विबाहु त्रिभुज को अलग-अलग काटकर निकाल लेते हैं। और इन त्रिभुजों को एक कागज़ पर सीधे-उल्टे के क्रम में जमाते जाते हैं। (देखिए चित्र-2) ऐसा करने पर एक आयताकार आकृति बन जाती है।



चित्र-1



चित्र-2

मूल वृत्त का क्षेत्रफल इस नए बने आयत के बराबर है क्योंकि उस वृत्त के टुकड़ों से ही हमने यह आयत बनाया है। इस आयत की चौड़ाई वास्तव में वृत्त की त्रिज्या r ही है। (अगर वृत्त के 16 के बजाए खूब सारे हिस्से कर दिए जाएं तो यह आकृति चतुर्भुज के बजाए लगभग एक आयत जैसी होगी।)

अब आयत की दोनों लंबी भुजाओं को देखते हैं। वृत्त की परिधि से ही ये दोनों भुजाएं बनी हैं। इसलिए आयत की एक लंबी भुजा की लंबाई होगी:

$$1/2 \times \text{परिधि} = 1/2 \times 2\pi r = \pi r$$

अब हम इस आयत का क्षेत्रफल निकालते हैं जिसकी लंबाई πr और चौड़ाई r है।

$$\begin{aligned} \text{आयत का क्षेत्र} &= \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} \\ &= \pi r \times r \\ &= \pi r^2 \end{aligned}$$

यानी कि हमारे मूल वृत्त का क्षेत्रफल πr^2 होगा।

इस बार का सवाल

बिजली के उपकरण तो आप खूब इस्तेमाल करते हैं। आपने यह भी गौर किया होगा कि इनमें तीन पिन वाले प्लग होते हैं। इनमें से एक पिन बाकी दो पिन से मोटी होती है, जिसे अर्थिंग पिन भी कहा जाता है। इस बार आपको यह बताना है कि अर्थिंग पिन बाकी दो पिन के मुकाबले मोटी क्यों होती है? बहुत ज्यादा सिर खुजलाने वाला सवाल नहीं है.....!

अपने जवाब इस पते पर भेजिए:

संदर्भ

द्वारा एकलव्य

कोठी बाजार, होशंगाबाद, म. प्र.

पिन: 461001