

गणित में सन्दर्भगत समस्याएँ

स्कूली शिक्षा के लिए राष्ट्रीय पाठ्यचर्या स्परेखा का दृष्टिकोण

हृदय कान्त दीवान

नीति और कार्य सम्बन्धी संवाद और कार्यक्रम गणित में अधिगम और क्षमता की कमी पर ध्यान देने की कोशिश कर रहे हैं। इसके समानान्तर एक प्रक्रिया के रूप में, जब से पाठ्यचर्या रूपरेखाओं में इस पर जोर दिया जाने लगा है कि कौन-सा गणित पढ़ाया जाए, तब से ही यह चिन्ता का एक विषय रहा है। महत्वपूर्ण गणित किसे माना जाए, खास तौर से गणित शिक्षण के सन्दर्भ में, इसकी समझ विकसित हो रही है। जब इस्तेमाल में आसान कैलकुलेटर अब सुलभ हैं, तब क्या इस बात की आवश्यकता है कि मूलभूत गणित शिक्षा केवल कलन विधियों (एल्गोरिदम) या गणना युक्तियों को रटने पर केन्द्रित रहे?

स्कूली शिक्षा के लिए राष्ट्रीय पाठ्यचर्या रूपरेखा (NCF-SE) 2023 के अनुसार, *सवाल तैयार करने, कई वैकल्पिक हल तैयार करने, इष्टतम (optimal) हल चुनने के लिए विभिन्न हलों का मूल्यांकन करने और हल लागू करने की क्षमता सभी चार लक्ष्यों को प्राप्त करने के लिए अपरिहार्य है। जिन सवालों के लिए मात्रात्मक मॉडल की*

आवश्यकता होती है, विभिन्न गणितीय प्रक्रियाओं की महारत की आवश्यकता होती है – जोड़ और घटाव के सरल अंकगणितीय कौशल से लेकर बीज-गणितीय समीकरणों के अधिक जटिल हल तक की। सवालों को हल करने के लिए कम्प्यूटेशनल मॉडल के उपयोग के लिए कम्प्यूटेशनल कौशल की आवश्यकता होगी। तार्किक कौशल में औपचारिक और अनौपचारिक, दोनों तरह से तर्कों का निर्माण और मूल्यांकन शामिल है।

इस दृष्टिकोण और इससे भी अधिक के साथ हम विद्यार्थी की इन क्षमताओं के विकास के लिए चुने गए सवालों पर दिए गए जोर पर गौर करते हैं। सन्दर्भ की दृष्टि से प्रासंगिक सवाल महज़ इबारती सवाल नहीं होते हैं जिन्हें आकर्षक चित्रों के साथ प्रस्तुत किया जाता है। बेशक, उन्हें बच्चों के जीवन के अनुभवों से उभरना चाहिए। साथ ही, बच्चे को यह समझ आना चाहिए कि सवाल हल करने की ज़रूरत क्या है और ये हल उसके दैनिक जीवन और निर्णयों पर कैसे प्रभाव डाल सकते हैं।


ज़रूरी अवसरों का अभाव


गणित की सामान्य कक्षा विद्यार्थियों को ऐसे अवसर नहीं देती है और लगभग सभी स्कूलों में, बच्चों और शिक्षकों के पास गणित और सवाल हल करने का मज़ा लेने के लिए समय नहीं होता है। न तो पढ़ाई जाने वाली अवधारणाओं के बारे में आराम-से संवाद के लिए समय आवण्टित किया जाता है और न ही इन अवधारणाओं को बच्चों के परिवेश से जोड़ा जाता है। उदाहरण के लिए, गणित या मैथ मैजिक श्रृंखला (चित्र-1) का एक सवाल वैसे तो इसलिए तैयार किया गया है कि बच्चे उनके सन्दर्भ से सम्बन्धित गणितीय कार्य करें, लेकिन इसे अक्सर यांत्रिक रूप से पढ़ाया जाता है। सवाल ऐसे सिक्कों पर टिका है जो अब भारत में


प्रचलन में नहीं हैं। इस वजह से बच्चों के लिए इससे जुड़ पाना तब तक मुश्किल होगा जब तक कि यह दादा-दादी के साथ व्यापक मुद्दों पर संवाद या महँगाई जैसे व्यापक मुद्दों पर चर्चा का हिस्सा न बने।

दूसरा, विद्यार्थियों को समस्या की प्रकृति जानने और उसमें से प्रासंगिक जानकारी निकालने का कोई अवसर नहीं दिया जाता है। ऐसा होगा तभी वे सवाल का उद्देश्य समझ पाएँगे और यह समझ पाएँगे कि उपलब्ध जानकारी से चाही/माँगी गई जानकारी तक कैसे पहुँचा जा सकता है। प्रयास तो यह होता है कि कलन विधियों (एल्गोरिदम) को चरणबद्ध तरीके से लागू करने और एक मशीनी कवायद (ड्रिल) की तरह चरणों को याद रखने की क्षमता विकसित कर दी जाए। सन्देश है, 'चरणों से भटके

रुपये और पैसे

कितने  एक रुपया बनाएँगे?

क्या 50 पैसे एक रुपया का आधा है? 

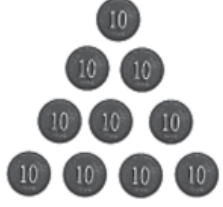
कितने  एक रुपया बनाएँगे?

25 पैसा एक रुपये का _____ हिस्सा है।

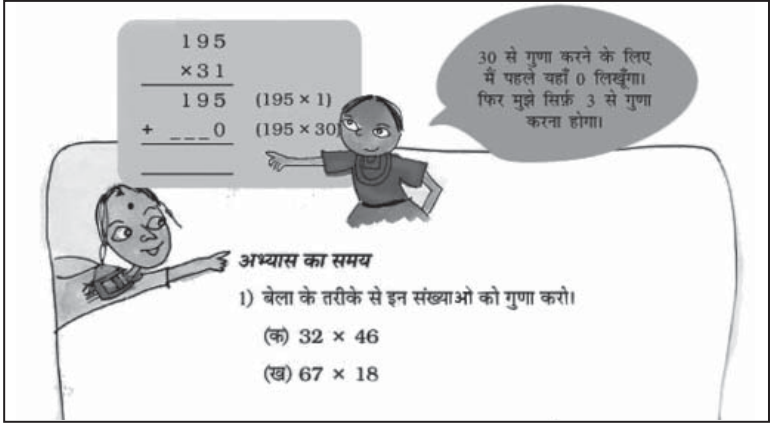
20 पैसा एक रुपये का _____ हिस्सा है।

कितने 10 पैसे एक रुपया बनाएँगे?

तो दस पैसे एक रुपये का _____ हिस्सा है।



चित्र-1: एनसीईआरटी पाठ्यपुस्तक, गणित, कक्षा-5, अध्याय-4, पेज-65



चित्र-2: एनसीईआरटी पाठ्यपुस्तक, गणित, कक्षा-5, अध्याय-13, पेज-171

नहीं, उन्हें सटीक ढंग से लागू करें। सलाह यह है कि अपनी अवधारणात्मक समझ का उपयोग न करें और हल की एक अलग विधि न अपनाएँ, क्योंकि आप गलती कर सकते हैं। कक्षा की प्रक्रियाएँ और तथाकथित सीखने-सिखाने की सामग्री (टीएलएम), अक्सर इसी उद्देश्य से तैयार की जाती हैं। एक तरह से, उनसे उम्मीद की जाती है कि वे शिक्षार्थियों के सामने कलन विधि के 'टोस' चरण प्रस्तुत करें और उन्हें याद रखने में मदद करें। वे न तो प्रक्रिया और चरण समझाने की कोशिश करती हैं और न ही बच्चों को वैकल्पिक रणनीतियों का उपयोग करने की गुंजाइश देती हैं। सवाल भी इस तरह से तैयार किए जाते हैं कि यंत्रवत् कलन विधियों के अभ्यास पर जोर दिया जा सके। उदाहरण के

लिए, एनसीईआरटी की कक्षा-5 की पाठ्यपुस्तक का यह पृष्ठ (चित्र-2), हालाँकि केवल गुणन की कलन विधि के संखण्डन और खण्डों में इसके अभ्यास पर केन्द्रित है, फिर भी यह सवाल शिक्षक के लिए कलन विधि सम्बन्धी 'क्यों' पर चर्चा करने के लिए पर्याप्त गुंजाइश दे सकता है। लेकिन सवाल यह है कि यह किया कितनी बार जाता है?

किसके विचार, किसकी रणनीति?

अमित कुलश्रेष्ठ, अपने पेशे और आनन्द, दोनों के लिए, एक गणित शिक्षक और शोधकर्ता हैं। पत्रिका *पाठशाला भीतर बाहर* में उनके लेख और उसी पर बाद में आयोजित वेबिनार का सारांश नीचे दिया गया है।

ज्यादातर विद्यार्थियों को इबारती सवाल हल करने के तरीके बताने की

जल्दी में, शिक्षक सुझाव देते हैं कि वे महत्वपूर्ण शब्दों (की-वर्ड) की तलाश करें ताकि यह तय करने में मदद मिल सके कि किन संक्रियाओं (ऑपरेशन) का उपयोग करना है। उनका तर्क होता है कि कक्षा में पूरा ध्यान वास्तव में इस बात पर रहता है कि बच्चों को सही संख्याएँ निकालने, सही कलन विधियाँ (एल्गोरिदम) लागू करने और सवाल हल करने के लिए ज्ञात मानक नियमों को याद रखने का अभ्यास कराया जाए। कक्षा का ध्यान स्पष्टीकरण देने और उत्तर तक पहुँचने के लिए अपनाए जाने वाले चरणों पर केन्द्रित होता है।

बच्चों को इस बात की गुंजाइश देने के लिए कोई स्थान नहीं होता है कि वे दिए गए सवालों पर विचार करें और अपनी रणनीति और दृष्टिकोण विकसित करें। हालाँकि, वर्तमान राष्ट्रीय पाठ्यचर्या रूपरेखा (एनसीएफ) सहित राष्ट्रीय पाठ्यचर्या दस्तावेज़ दृढ़तापूर्वक तर्क देते हैं कि बच्चों को न केवल गुंजाइश दी जानी चाहिए बल्कि सवाल हल करने के लिए अपनी रणनीति विकसित करने और खोजने के लिए प्रोत्साहित किया जाना चाहिए। उन्हें यह समझना सीखना चाहिए कि सवाल हल करने के लिए कई रणनीतियाँ हो सकती हैं और कभी-कभी, कई उत्तर भी हो सकते हैं।

स्कूली शिक्षा के लिए राष्ट्रीय पाठ्यचर्या रूपरेखा (2023) यह

सलाह भी देती है कि कक्षाएँ कई तरीकों को प्रोत्साहित करें ताकि विद्यार्थी अपनी रणनीतियाँ तैयार कर सकें। गणित के लिए एनसीईआरटी की पाठ्यपुस्तकें और साथ ही, स्कूली शिक्षा के लिए राष्ट्रीय पाठ्यचर्या रूपरेखा बच्चों के लिए सवाल बनाने में सक्षम होने की आवश्यकता पर भी जोर देती हैं।

अस्वाभाविक सन्दर्भ

यहाँ कुछ उदाहरण दिए गए हैं जो बताते हैं कि सवाल अक्सर ऐसे शब्दों में लिखे जाते हैं और उनमें ऐसी स्थितियाँ शामिल होती हैं जो बच्चों के सन्दर्भ में स्वाभाविक नहीं होती हैं।

1. एक पेड़ पर 114 पक्षी बैठे थे। 21 और पक्षी उड़कर पेड़ पर आए। पेड़ पर कुल मिलाकर कितने पक्षी थे?

यह सम्भव नहीं है कि कोई भी पेड़ की तरफ उड़ते पक्षियों को गिन सके। इसलिए, सवाल का सन्दर्भ किसी भी वास्तविक अनुभव, जिससे बच्चे जुड़ सकें, की बजाय महज़ औपचारिकता अधिक लगता है।

2. जेन के पास 63 मीटर रिबन है। यदि वह इसमें से 56 मीटर 21 सेमी रिबन काटती है, तो रिबन की लम्बाई कितनी बचेगी?

भले ही हम नाम बदल दें (जैसा कि अक्सर स्थानीय सन्दर्भ शामिल करने

के लिए किया जाता है), सवाल में संख्याओं का कोई मतलब नहीं है। 63 मीटर के रिबन के बारे में आम तौर पर नहीं सुना जाता है और फिर 56 मीटर और 21 सेमी की लम्बाई को काटना भी स्वाभाविक नहीं लगता।

3. एक किराना दुकान में सुबह 2510 किलो 350 ग्राम गेहूँ था। दिनभर में 890 किलो 600 ग्राम गेहूँ बिक गया। शाम को दुकान में कितना गेहूँ बचा था?

यह स्टॉक में गेहूँ की एक विचित्र मात्रा है और बेची गई मात्रा भी उतनी ही विचित्र है। आम तौर पर दुकानें गेहूँ का स्टॉक ग्राम की बजाय बोरियों की संख्या में रखती हैं।

4. विशाल 48 सेमी ऊँचाई की एक पुस्तक मीनार बनाना चाहता है। यदि प्रत्येक किताब की मोटाई 12 मिमी है, तो चाही गई ऊँचाई की मीनार बनाने के लिए उसे कितनी किताबों की ज़रूरत होगी?

5. एक किराना दुकान पर 144 किलो 780 ग्राम वज़नी फ़ोज़न सब्ज़ियों का एक डिब्बा पहुँचाया गया। यदि डिब्बे के अन्दर समान वज़न की 15 थैलियाँ थीं, तो प्रत्येक थैली का वज़न क्या था?

ये दोनों सवाल सन्दर्भगत माने जाते हैं। लेकिन यह स्पष्ट है कि इनका उद्देश्य विद्यार्थियों को एक संख्या को दूसरी से विभाजित करने का अभ्यास कराना है। निश्चित रूप से

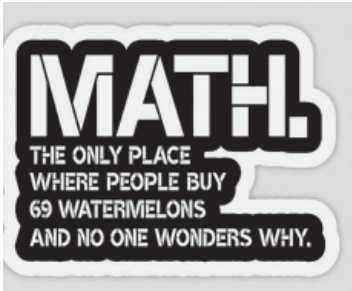
किसी भी विचारशील विद्यार्थी को आश्चर्य होगा कि एक विशिष्ट ऊँचाई की मीनार कौन बनाना चाहेगा? यदि इसकी ज़रूरत है भी, तो किसी के पास एक ही ऊँचाई की इतनी सारी किताबें क्यों होंगी और उसे थप्पी में पुस्तकों की संख्या पता करने की ज़रूरत क्यों होगी? दूसरे सवाल में सब्ज़ियों के डिब्बों के इतने सटीक वज़न की ज़रूरत क्यों होगी?

6. एक कमरे की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 24, 18 और 12 फीट है। सबसे लम्बा टेप कौन-सा होगा जिसका उपयोग इन्हें मापने के लिए किया जा सकता है?

इसके बारे में मुद्दा यह है कि जब बच्चे मापने वाले टेप का उपयोग करते हुए देखते हैं तो उनका सामान्य अनुभव यह होता है कि छोटी दूरी को मापने के लिए बहुत लम्बे टेप का उपयोग किया जा सकता है। यदि हम टेप को उठाना नहीं चाहते हैं और टेप के पिछले स्थान के अन्तिम बिन्दु से माप जारी नहीं रखना चाहते हैं तो हमें एक लम्बे टेप की ज़रूरत होती है। अन्यथा, हम किसी भी टेप का उपयोग कर सकते हैं और लम्बाई माप सकते हैं। इसलिए, हम 24 फीट से अधिक लम्बाई वाले किसी भी टेप का उपयोग कर सकते हैं, जिसमें 24 फीट लम्बा टेप भी शामिल है। सवाल तैयार करने वालों का इरादा यह परीक्षण करना था कि क्या बच्चा 24,

18 और 12 का महत्तम समापवर्तक ढूँढ सकता है और क्या वह उसे सबसे लम्बे टेप के रूप में उपयोग कर सकता है ताकि अलग-अलग भागों/ टुकड़ों में मापने की ज़रूरत न हो। सवाल की शब्दावली उसके उद्देश्य से मेल नहीं खाती है। सवाल की भाषा कभी-कभी अस्पष्ट हो सकती है, लेकिन अपेक्षित जवाब बहु-विकल्पों की अनुमति नहीं देता है।

स्पष्ट रूप से, यहाँ विचार यह है कि बच्चों से कुछ संक्रियाएँ (ऑपरेशन) कराई जाएँ और वह भी कुछ विशिष्ट प्रकार की संख्याओं के साथ और सन्दर्भ केवल एक दिखावा है जो संख्याओं की अवधारणा या धारणा की समझ प्राप्त करने में कोई मदद नहीं करता है। यह उन्हें प्रक्रियात्मक स्पष्टता भी प्रदान नहीं करता है, क्योंकि वे जवाब के रूप में प्राप्त संख्या को समझ नहीं पाते हैं और यह जानने का कोई तरीका नहीं है कि यह लगभग सही भी है या नहीं।



चित्र-3: गणित - एकमात्र स्थान जहाँ लोग 69 तरबूज खरीदते हैं और कोई आश्चर्य नहीं करता कि ऐसा क्यों।

Math Test

1. Bob has 36 candy bars. He eats 29. What does he have now?

Diabetes
Bob has diabetes

चित्र-4: गणित का टेस्ट - बॉब के पास 36 कैंडी बार हैं। वह 29 खा लेता है। अब उसके पास क्या है? मधुमेह। बॉब को मधुमेह है।

हालाँकि, इन सभी को सवाल की भाषा समझने का अभ्यास कहा जा सकता है, लेकिन यह गणित को जीवन से जोड़ने और सम्बन्ध समझने के मामले में कतई मदद नहीं कर पाते हैं। वास्तव में, जटिल संख्याओं और कलन विधियों (एल्गोरिदम) के बोझिल उपयोग से ये समस्याएँ अक्सर और ज़्यादा पेचीदा हो जाती हैं। अक्सर यह तार्किक रूप से स्पष्ट नहीं होता है कि हल तक कैसे पहुँचा जाए और शिक्षक के लिए समाधान के चरणों की रूपरेखा बताना आवश्यक हो जाता है। विद्यार्थी इसे याद कर लेते हैं। लेकिन उन्हें यह स्पष्ट नहीं होता है कि इस तरीके में सुझाई गई विशिष्ट विधि का पालन करने की ज़रूरत क्यों है और इससे जवाब कैसे मिल जाता है।

कुछ सुझाव

यहाँ कुछ सवाल सुझाए गए हैं जो बच्चे के सन्दर्भ से बेहतर ढंग से सम्बद्ध हो सकते हैं।

1. सुरेश रोज़ सुबह नहाने के लिए बाल्टी और मग का इस्तेमाल करता है। उसने देखा कि भरी हुई बाल्टी से उसे पुरे 12 मग पानी मिलता है। हालांकि, एक दिन, उसने पाया कि उसे केवल 9 मग पानी मिला। उसे एहसास हुआ कि यह एक नया मग था। पुराने की तुलना में नए मग में क्या अन्तर रहा होगा?

यह सवाल अलग-अलग पात्रों में पानी भरने से सम्बन्धित हो सकता है और दिलचस्प संवादों के साथ-साथ अन्य अनुभव भी प्रदान कर सकता है। इससे धारिता (कैपैसिटी) को अनुपातों और भिन्नों से भी जोड़ा जा सकता है।

2. वर्गाकार टाइलों का उपयोग करके आप 144 वर्गमीटर क्षेत्रफल वाले वर्गाकार फर्श को भरने के लिए विभिन्न साइज़ की कितनी टाइलों का उपयोग कर सकते हैं?
3. क्या कोई आयताकार टाइल भी 144 वर्ग मीटर के समान फर्श क्षेत्रफल को भर सकती है? प्रत्येक स्थिति में किस साइज़ के आयतों और कितने आयतों की आवश्यकता होगी?
4. यह देखते हुए कि फर्श का क्षेत्रफल a^2 वर्ग मीटर है, जहाँ 'a' एक पूर्ण संख्या है, वर्गाकार टाइलों की सम्भावित साइज़ क्या है जो सतह को भर सकेगी?

ध्यान दें कि सवाल हर चरण में

अधिक जटिल (और अधिक दिलचस्प) होते जा रहे हैं। यदि स्वयं इन सवालों को हल करने का प्रयास करें, तो हम देख सकते हैं कि यह संयोजनों की संख्या की ओर ले जाता है और ये अपने आप में अन्वेषण के अवसर होते हैं। या कोई इससे आगे भी जा सकता है और इसे इस तरह से हल करने का एक तरीका ढूँढने का प्रयास कर सकता है जो संख्याओं के सम्भावित संयोजनों या वर्गाकार टाइलों के आकार के लिए एक सामान्य सूत्र निर्माण की गुंजाइश देता हो।

ऐसे सवाल समय की माँग हैं जो गणितीय वस्तुओं और अवधारणाओं को समझने और जिज्ञासा और रोमांच की भावना विकसित करने में विद्यार्थियों को सक्षम बनाते हों। ऐसे सवाल तैयार करने के दौरान एक अच्छा मार्गदर्शक प्रश्न यह है: *अभ्यास कार्य देने का उद्देश्य क्या है और हम गणित की प्रकृति और उसके अधिगम को कैसे देखते हैं?* सवाल हल करने के लिए शिक्षार्थी को क्या करना होगा? किसी कार्य के उद्देश्य गणित की नींव की हमारी समझ और अधिगम के मार्ग की हमारी कल्पना से उत्पन्न होते हैं। और आपने शिक्षार्थी को जो कार्य दिया है, उसमें यह स्पष्ट होना चाहिए कि शिक्षार्थी को क्या करना है।

इस समय इस प्रकार के सवाल यदि पूरी तरह से अनुपस्थित नहीं तो दुर्लभ जरूर हैं जिनके इर्द-गिर्द सन्दर्भगत संवाद सुगम बनाए जा सकते हैं। यह सच है कि इन्हें तैयार करना आसान नहीं है, साथ ही यह भी सम्भव नहीं है कि इन पर चर्चा के लिए ज़्यादा समय आवण्टित किया जा सके। मूल्यांकन के बारे में चिन्ता की वजह से गणित सीखने-सिखाने की पूरी प्रक्रिया मुख्यतः याद रखने एवं कलन विधि फोकस पर केन्द्रित रहती है। ऐसे किसी भी मूल्यांकन में समझने और गणित के बारे में अन्वेषण करने व सहज महसूस करने की किसी भी वास्तविक क्षमता की कमी बनी रहती है। स्कूली शिक्षा के लिए राष्ट्रीय पाठ्यचर्या रूपरेखा (NCF-SE) 2023 बताती है

कि 'अधिकांश मूल्यांकन तकनीकें और सवाल तथ्यों, प्रक्रियाओं और सूत्रों को याद रखने पर केन्द्रित रहते हैं'। अलबत्ता, मूल्यांकन का ध्यान समझ, तर्क और इस बात पर केन्द्रित होना चाहिए कि विभिन्न सन्दर्भों में किसी गणितीय तकनीक का उपयोग कब और कैसे किया जाए। यह कोई नया विचार नहीं है और सदी की शुरुआत से ही और भारत के कुछ स्थानों में इससे भी पहले व्यक्त किया गया है, लेकिन इसे स्थापित करने का तरीका ढूँढना बेहद कठिन रहा है। यदि ऐसा किया जाता है, तो स्कूली शिक्षा के लिए राष्ट्रीय पाठ्यचर्या रूपरेखा में परिभाषित गणित शिक्षा के लक्ष्यों को पूरा करने की कहीं अधिक सम्भावना होगी।

हृदय कान्त दीवान: एकलव्य का गठन करने वाले समूह के सदस्य। होशंगाबाद विज्ञान शिक्षण कार्यक्रम और प्राथमिक शिक्षा कार्यक्रम से सम्बद्ध रहे। विद्या भवन सोसायटी, उदयपुर और अजीम प्रेमजी फाउंडेशन के साथ भी लम्बा जुड़ाव रहा।

अँग्रेज़ी से अनुवाद: सुबोध जोशी: स्वतंत्र रूप से अनुवाद करते हैं। अखबार और पत्रिकाओं में विभिन्न विषयों पर लेख लिखते हैं और विभिन्न संस्थाओं के लिए अनुवाद कार्य करते हैं। सम्पादकीय कार्य का भी अनुभव। विकासात्मक विकलांगताओं पर आपकी एक पुस्तक प्रकाशित हुई है। आप स्वयं मस्क्युलर डिस्ट्रॉफी से प्रभावित हैं।

यह लेख पत्रिका *एट राइट एंगल्स* अंक-18, मार्च 2024 से साभार।

सन्दर्भ:

1. https://cdn.azimpremjiuniversity.edu.in/apuc3/media/publications/downloads/Pathshala-Bheetar-Aur-Bahar_17-Issue-Sept-2023.pdf
2. <https://www.youtube.com/watch?v=4tKptfJLPW4&list=PLV14qkjTdm728SukvE9ILM7eBzg-8BKvM&index=1>
3. National Council for Educational Research and Training (NCERT). (2023). <https://ncert.nic.in/textbook.php?aejm1=11-13>