

जिल एडलर

दक्षिण अफ्रीका की गणित शिक्षा शोधकर्ता

के. सुब्रमण्यम



दक्षिण अफ्रीका की गणित शिक्षा शोधकर्ता जिल एडलर को 2015 के हेंस फ्रायडेन्थल पदक से नवाज़ा गया था। यह पदक अन्तर्राष्ट्रीय गणित आयोग* द्वारा गणित शिक्षा में शोध में उपलब्धियों के लिए दिए जाने वाले शीर्ष दो पदकों में से एक है। यह पुरस्कार हर दो साल में एक बार दिया जाता है और महत्वपूर्ण अनुसन्धान कार्यक्रमों को मान्यता

देता है। पुरस्कार उन अग्रणी शोधकर्ताओं को दिया जाता है जिन्होंने गणित शिक्षा को एक आकार दिया हो। एडलर फ्रायडेन्थल पुरस्कार पाने वाली सातवीं शोधकर्ता हैं।

कुछ ही गणितज्ञ जानते हैं कि गणित शिक्षा एक मज़बूत शैक्षणिक विषय के रूप में उभरी है जिसके अपने शोधकर्ता हैं और अनुसन्धान के तौर-तरीके हैं। इससे भी बहुत कम

* International Commission on Mathematics Instruction, ICMI.

लोग गणित शिक्षा शोध की अन्तर-विषयक प्रकृति के बारे में जानते हैं, जिसमें न सिर्फ सम्बन्धित शैक्षिक स्तर (या कक्षा) की गणितीय विषयवस्तु की गहन समझ की ज़रूरत होती है बल्कि शिक्षा के सिद्धान्तों व विधियों, सामाजिक विज्ञान और मानविकी की समझ का भी उपयोग होता है। आई.सी.एम.आई. द्वारा फ्रायडेन्थल पदक के अलावा फेलिक्स क्लाइन पदक, जो कि गणित शिक्षा अनुसन्धान में आजीवन उपलब्धि के लिए दिया जाता है, की स्थापना एक महत्वपूर्ण कदम है। इसने गणित शिक्षा के विकास को दिशा और गति देने का काम किया है।

गणित शिक्षा में एडलर का योगदान

जिल एडलर का काम स्पष्ट तौर पर विकासशील दुनिया के सन्दर्भ में है। वर्ष 1994 में दक्षिण अफ्रीका ने स्वयं को अतीत में व्याप्त रंगभेद से मुक्त किया और एक अधिक न्यायसंगत समाज की तरफ बढ़ने की शुरुआत की। रंगभेद के युग में शिक्षा तक पहुँच नस्ल के आधार पर बँटी हुई थी और अधिकांश आबादी को गुणवत्तापूर्ण शिक्षा से वंचित रखा गया था। अपने सभी नागरिकों को बेहतर शिक्षा देने की प्रतिबद्धता के चलते, दक्षिण अफ्रीका की नई सरकार ने योग्य शिक्षकों की अत्यधिक कमी का

सामना किया। शिक्षा तक असमान पहुँच और काबिल व योग्य शिक्षकों की कमी, ऐसी समस्याएँ हैं जो एक-दूसरे की वजह से बढ़ती हैं। शिक्षा को प्राथमिकता देने वाली सरकार को ठोस और दीर्घकालिक नीतियों को प्रभावी ढंग से लागू करना होता है। भारत और दक्षिण अफ्रीका सहित विकासशील दुनिया के कई देश इन समस्याओं से उबरने के लिए संघर्षरत हैं।

एडलर का काम दक्षिण अफ्रीका में गणित शिक्षा में व्याप्त खाई को पाटने के मज़बूत संकल्प से प्रेरित रहा। खासकर, वे सेवा-पूर्व और सेवाकालीन, दोनों तरह के शिक्षकों की क्षमतावर्धन की समस्या से जुड़ीं। फ्रायडेन्थल पदक के साथ दिए गए प्रशस्ति पत्र में कहा गया था, “उनका काम उस चीज़ का साकार रूप है जिसे विट्स यूनिवर्सिटी ‘एंगेज्ड स्कॉलर’ कहती है, यानी किसी क्षेत्र में अग्रणी मोर्चे पर अन्तर्राष्ट्रीय स्तर का गहन और सैद्धान्तिक रूप से समृद्ध शोधकार्य करना जो साथ ही साथ शिक्षा की स्थानीय और क्षेत्रीय ज़रूरतों को भी पूरा करता हो।” एडलर ने एक तथाकथित ‘रंगीन’ (अश्वेत) स्कूल में एक हाई स्कूल गणित शिक्षक के रूप में काम शुरू किया। इसके बाद उन्होंने कई साल उन वयस्क और युवा शिक्षार्थियों के

* The citation is available at <http://www.mathunion.org/icmi/activities/awards/the-hans-freudenthal-medal-for-2015/>

लिए गणित शिक्षण सामग्री विकसित करने में लगाए जिन्हें रंगभेद शासन के कारण गणित सीखने से बाहर रखा गया था। वे 1980 के दशक में एक अध्यापक-शिक्षक बनीं, 1996 में उन्होंने बहुभाषी कक्षाओं में गणित सीखने-सिखाने पर अपनी पीएच.डी. पूरी की। बहुभाषी शिक्षा पर उनका और उनके छात्र सहयोगियों का काम अग्रणी था और इसने उन्हें गणित शिक्षा की अग्रणी शोधकर्ता के रूप में स्थापित किया (एडलर, 2001)। उनका आगे का काम ऐसे गणितीय ज्ञान के अध्ययन पर केन्द्रित था, जो शिक्षकों में मज़बूत गणितीय क्षमता के निर्माण के लिए अध्यापक शिक्षा कार्यक्रमों को पढ़ाने, बनाने और लागू करने के लिए केन्द्रीय महत्व का था। यहाँ मैं उनके काम के इन्हीं विभिन्न पहलुओं पर चर्चा करूँगा।

गणित-शिक्षा शोधकर्ता

बहुभाषी परिवेशों में गणित पढ़ाने की चुनौतियों पर एडलर और उनके साथियों का काम दो मायनों में अग्रणी था। पहला, इसने गणित सीखने और सिखाने में भाषा के महत्वपूर्ण मुद्दे को अन्तर्राष्ट्रीय गणित शिक्षा समुदाय के सामने रखा; यह एक ऐसा मुद्दा था जो सम्भवतः एकल-भाषी संस्कृतियों में किए जा रहे शोधकार्यों से कभी नहीं उभरता। दूसरा, इसने

एक महत्वपूर्ण स्थानीय मुद्दे को उजागर किया था जो दक्षिण अफ्रीका के सन्दर्भ में, गणित और विज्ञान शिक्षा में और सामान्य तौर पर शिक्षा के लिए महत्वपूर्ण था। एडलर का दृष्टिकोण दक्षिण अफ्रीका के विशिष्ट सन्दर्भों और चुनौतियों के प्रति संवेदनशील था, जिसमें भाषाई मुद्दे काफी जटिल हैं और राजनैतिक आवेश से भरपूर हैं।

दक्षिण अफ्रीका एक बहुभाषी राष्ट्र है जहाँ 11 आधिकारिक मान्यता प्राप्त भाषाएँ हैं। पूर्व में, रंगभेदी शासन ने केवल दो आधिकारिक भाषाओं - अँग्रेज़ी और अफ्रीकान्स - को मान्यता दी थी।¹ यहाँ के शहरी और अर्ध-शहरी क्षेत्रों के स्कूलों की कक्षा में बहुतेरी घरेलू/स्थानीय भाषाएँ मिलना आम बात है। कई दक्षिण अफ्रीकी लोग एक से अधिक भाषाएँ बोलना सीखते हैं। अलबत्ता, शिक्षा से सम्बन्धित भाषाई मुद्दे जटिल हैं और इन्हें हल करना मुश्किल। अन्य औपनिवेशिक इतिहास वाले देशों की तरह यहाँ भी कोई अफ्रीकी भाषा नहीं, बल्कि अँग्रेज़ी ही सत्ता व अवसरों की भाषा है। आधिकारिक शिक्षा नीति प्रारम्भिक शिक्षा मातृभाषा में दिए जाने की सिफारिश करती है, और फिर धीरे-धीरे विद्यार्थी सीखने-सिखाने की भाषा में दक्षता हासिल

¹डच से व्युत्पन्न अफ्रीकांस, डच में बसने वालों की भाषा है, जो अँग्रेज़ों से पहले दक्षिण अफ्रीका आ गए थे। विकिपीडिया के अनुसार, यह दक्षिण अफ्रीकी आबादी के लगभग 13.5% की मातृभाषा है, जिसमें सफेद और रंगीन (मिश्रित नस्लीय वंश) दक्षिण अफ्रीकी शामिल हैं।

करें, जो प्रायः अँग्रेज़ी होती है। वास्तव में, वर्तमान नीति में बच्चों को स्कूल में तीन भाषाएँ सीखना पड़ती हैं - उनकी घरेलू भाषा और दो अतिरिक्त भाषाएँ।

शिक्षण में मातृभाषा बनाम अँग्रेज़ी

एडलर और उनके साथी बताते हैं कि आधिकारिक नीति में यह उल्लेख होने के बावजूद कि प्रारम्भिक शिक्षा घरेलू भाषा में होनी चाहिए, प्राथमिक कक्षाओं से ही विद्यार्थियों को शिक्षा प्रायः अँग्रेज़ी माध्यम में ही दी जाती है, सिवाय उन विद्यार्थियों के जिनकी मातृभाषा अफ्रीकान्स है। ऐसा अश्वेत दक्षिण अफ्रीकियों के बीच अँग्रेज़ी शिक्षा की अत्यधिक माँग के कारण है। (पालकों को शिक्षा का माध्यम चुनने की स्वतंत्रता है - यह स्वतंत्रता रंगभेद शासन के खिलाफ ऐतिहासिक संघर्षों से हासिल हुई है।) और तो और, प्राथमिक कक्षाओं में मातृभाषा में शिक्षा की आधिकारिक नीति के बावजूद अफ्रीकी भाषाओं में विज्ञान और गणित की शायद ही कोई पाठ्यपुस्तक होगी। यह शायद अँग्रेज़ी माध्यम की माँग के कारण है - हो सकता है, अफ्रीकी भाषाओं में गणित की पाठ्यपुस्तकें लेने वाला कोई ही न। इस तरह की माँग का एक कारण दक्षिण अफ्रीका के हालिया राजनैतिक इतिहास में निहित है जिसमें रंगभेदी शासन ने शिक्षा-में-भाषा की नीति अश्वेत लोगों पर

थोपने की कोशिश की थी। यह नीति आदेश देती है कि प्रारम्भिक आठ साल की स्कूली शिक्षा घरेलू भाषा में होगी, फिर आधी माध्यमिक स्कूली शिक्षा (अर्थात् आधे विषयों की स्कूली शिक्षा) अनिवार्य रूप से अँग्रेज़ी में और बाकी आधे विषयों की शिक्षा अफ्रीकान्स में होगी। इस नीति ने, जिसकी अधिकांश अश्वेत आबादी ने अँग्रेज़ी भाषा और शिक्षा तक पहुँच से उन्हें वंचित रखने के रूप में व्याख्या की थी, शासन के विरोध में एक चिंगारी का काम किया।

एडलर और उनके साथियों ने अपने अध्ययनों में अधिकांश स्कूलों में सीखने-सिखाने की भाषा अँग्रेज़ी होने की वास्तविकता का सामना किया। एडलर ने स्कूली माहौल में 'अँग्रेज़ी भाषा अधोरचना' की अवधारणा दी थी, जिससे आशय है कि विद्यार्थियों को स्कूल के अन्दर और बाहर अँग्रेज़ी भाषा के कितने संसाधन उपलब्ध होते हैं। उन्होंने स्कूल के उन दो माहौल में भेद किया जहाँ विद्यार्थियों का स्कूल के बाहर अँग्रेज़ी भाषा से न्यूनतम या न के बराबर सम्पर्क था, और जहाँ विद्यार्थियों का स्कूल के बाहर अँग्रेज़ी भाषा के साथ लिखित और मौखिक, दोनों रूप में सम्पर्क था। एडलर ने पाया कि जहाँ विद्यार्थियों का स्कूल के बाहर अँग्रेज़ी से सम्पर्क नहीं था, वे इलाके दक्षिण अफ्रीका के कुछ प्रान्तों के ग्रामीण इलाके थे। उनका मत था कि ऐसे

माहौल में अँग्रेज़ी भाषा एक विदेशी भाषा की तरह काम कर रही थी। इसके विपरीत, शहरी और अर्ध-शहरी इलाकों में, जहाँ विद्यार्थियों का स्कूल के बाहर अँग्रेज़ी भाषा से सम्पर्क होता था, अँग्रेज़ी एक 'अतिरिक्त' भाषा (यानी दूसरी या तीसरी भाषा) की तरह काम कर रही थी। अँग्रेज़ी सीखने के इन दो तरह के परिवेशों में शैक्षिक सन्दर्भ बहुत भिन्न थे।

आधिकारिक नीति के अनुसार, और वास्तविकता में, दक्षिण अफ्रीका के स्कूलों की कई कक्षाओं में शिक्षण बहुभाषी है। एडलर और उनके साथियों ने कई बहुभाषी कक्षाओं में शिक्षकों द्वारा अपनाए गए तरीकों का अध्ययन किया। उन्होंने जिन तरीकों का अध्ययन किया, उनमें से एक तरीका था कोड-स्विचिंग। कोड-स्विचिंग से तात्पर्य है कक्षा में बोलते, बात करते समय भाषा बदलना। कई

दक्षिण अफ्रीकी कक्षाओं में शिक्षक कभी अँग्रेज़ी (जो कि शिक्षा का माध्यम है) और कभी विद्यार्थियों की घरेलू भाषा इस्तेमाल करते हैं। भारत में भी अँग्रेज़ी माध्यम स्कूलों में अध्यापन के दौरान कोड-स्विचिंग असामान्य बात नहीं है। एडलर ने कोड-स्विचिंग के प्रचलन और इस बात का अध्ययन किया कि उससे किस उद्देश्य की पूर्ति होती है। स्वाभाविक अपेक्षा यह थी कि कोड-स्विचिंग वहाँ अधिक होगी जहाँ 'अँग्रेज़ी एक विदेशी भाषा के रूप में होगी', यानी विद्यार्थियों का अँग्रेज़ी से बाहरी सम्पर्क न के बराबर होगा या बिलकुल नहीं होगा। आश्चर्यजनक निष्कर्ष यह था कि कोड-स्विचिंग उन कक्षाओं में बहुत कम प्रचलित थी जहाँ अँग्रेज़ी एक विदेशी भाषा की तरह थी, बनिस्बत उन कक्षाओं के जहाँ अँग्रेज़ी एक अतिरिक्त भाषा की



फोटो: जिल एडलर

तरह थी। इसका कारण था कि ऐसे माहौल में जहाँ आसपास के समुदाय में अँग्रेज़ी अधोरचना बहुत कम थी वहाँ यह शिक्षकों की ही ज़िम्मेदारी थी कि वे विद्यार्थियों को अँग्रेज़ी भाषा से अवगत कराएँ। विद्यार्थियों को अँग्रेज़ी सीखने की ज़रूरत थी और कक्षा ही एकमात्र ऐसी जगह थी जहाँ उनका इससे सम्पर्क होता था। इसलिए शिक्षक, आम तौर पर स्कूल नीति के अनुसार, पढ़ाते समय अँग्रेज़ी का उपयोग अधिक-से-अधिक करते थे।

बहुभाषी कक्षाओं की चुनौतियाँ

यह निष्कर्ष जटिल बहुभाषी वातावरण में गणित शिक्षकों के सामने आने वाली चुनौतियों की ओर इशारा करता है। उन पर अपने छात्रों को न केवल गणित सिखाने की ज़िम्मेदारी थी बल्कि अँग्रेज़ी भाषा सिखाने की ज़िम्मेदारी भी थी जिसमें गणित पढ़ाया और सीखा जाता था।

एडलर ने दो तरह की बातचीत के बीच अन्तर पहचाना, एक जिनमें बातचीत की प्रकृति खोजी किस्म की थी, और दूसरी जहाँ बातचीत औपचारिक और गणितीय थी। बातचीत की खोजी प्रकृति दो-तरफा संवाद और चर्चा के ज़रिए गणितीय अवधारणाओं और विचारों के अर्थ समझने में मदद करती है। गणित सीखने के लिए खोजी चर्चाओं पर ज़ोर देने वाले शैक्षिक सुधारों के

सन्दर्भ में एडलर कहती हैं कि विद्यार्थियों के लिए विषय-विशिष्ट गणितीय भाषा सीखना भी समान रूप से महत्वपूर्ण है।

दूसरे शब्दों में, औपचारिक गणितीय संवाद भी उतने ही महत्वपूर्ण हैं जितनी कि खोजी चर्चाएँ। उनके अध्ययन में शामिल कई शिक्षकों ने इसे पहचाना और एक से अधिक भाषाओं के प्रबन्धन में आने वाली दुविधाओं को स्पष्ट रूप से व्यक्त किया। वे दो चीज़ों के बीच सन्तुलन बनाने की कोशिश कर रहे थे - एक ओर तो खोजबीन और समझ को सुगम बनाने के लिए घर की भाषा और अँग्रेज़ी सीखने की ज़रूरत तथा दूसरी ओर गणित के विमर्श और भाषा सीखने की ज़रूरत।

एडलर का कहना था कि शिक्षक कोड-स्विचिंग की जिस दुविधा का सामना करते हैं, वह उनके पेशेवर विकास का और गणित पढ़ाने के ऐसे तरीके विकसित करने का एक अवसर भी है जो सन्दर्भ-सापेक्ष हों, जिनमें बहुभाषा संसाधन का उपयोग सोचे-समझे ढंग से और घोषित रूप से किया जाए। जिन कक्षाओं में शिक्षक एक साथ कई चुनौतियों का सामना करते हैं वहाँ ये तरीके अधिक प्रभावी हो सकते हैं।

एडलर ने पाया कि शिक्षक जिन अन्य दुविधाओं का सामना करते हैं, वे हैं कि गणितीय समस्याओं को हल करते समय विद्यार्थियों की कितनी

मदद की जाए, और अवधारणाओं और प्रक्रियाओं के बारे में शिक्षकों को कितनी स्पष्ट व्याख्या देनी चाहिए। शिक्षकों के लिए ये दुविधा इसलिए है क्योंकि विद्यार्थियों की मदद करने या न करने, दोनों को लेकर कई कारण और मत हैं। इसी तरह, बहुत स्पष्ट या बहुत कम स्पष्ट निर्देश भी सीखने को बाधित कर सकते हैं।

बहुभाषी कक्षाओं को लेकर एडलर और उनके साथियों के काम ने शोध के इस क्षेत्र को अन्तर्राष्ट्रीय स्तर पर आकार दिया। उन्होंने जो सैद्धान्तिक दृष्टिकोण पेश किए, वे नए शोधकर्ताओं के लिए काफी उपयोगी रहे हैं। पुरस्कार समिति के शब्दों में, एडलर के काम का एक 'मज़बूत सैद्धान्तिक आधार है जिसने कक्षा में भाषा और गणित के बीच सम्बन्धों की समझ को आगे बढ़ाया है'।

विभिन्न शैक्षिक कार्यक्रम

अपने शोध अध्ययनों के अलावा, एडलर शिक्षकों को तैयार करने के लिए नए तरीके विकसित करने के काम में लगी थीं। रंगभेदी युग की अलग-अलग शिक्षा नीतियों के कारण अधिकांश अश्वेत शिक्षक पर्याप्त तैयारी के बिना इस पेशे में आ गए थे। इनमें से अधिकांश शिक्षकों के पास अध्यापक-शिक्षा की चार सालाना डिग्री की बजाय तीन सालाना डिग्री थी, जबकि चार सालाना डिग्री सुविधा-सम्पन्न समुदायों के शिक्षकों के लिए आवश्यक थी। रंगभेदी शासन के बाद आई दक्षिण अफ्रीकी सरकार ने ऐसे शैक्षिक कार्यक्रम शुरू किए जिनसे कम-अहर्ता वाले शिक्षक अतिरिक्त वर्ष की शिक्षा/योग्यता हासिल कर सकें। इनमें से कई शिक्षकों की विषय पर मज़बूत पकड़ नहीं थी।



फोटो: जिल एडलर

जिल एडलर शिक्षकों से बातचीत करती हुई।

एडलर ने इस समस्या को दूर करने की पहल की। 1990 के दशक के मध्य में उन्होंने विटवॉट्सरैंड विश्वविद्यालय में गणित, विज्ञान और अंग्रेजी भाषा के शिक्षण के लिए एक-वर्षीय डिप्लोमा पाठ्यक्रम विकसित करने का समन्वय किया। इस कार्यक्रम के समक्ष चुनौती यह थी कि शिक्षकों को गणित में ज्ञान और आत्मविश्वास हासिल करने के ऐसे अवसर प्रदान किए जाएँ जिनसे उनके शिक्षण कार्य पर सकारात्मक प्रभाव पड़े।

कुछ साल बाद, एडलर ने विज्ञान और गणित शिक्षा में स्नातकोत्तर ऑनर्स कार्यक्रम के लिए एक पाठ्यक्रम बनाया। इस कार्यक्रम के अब डेढ़ दशक बीत चुके हैं और इसने सैकड़ों स्नातक तैयार किए हैं, जिनमें से कई ने अपने स्कूलों में

नेतृत्व की भूमिका निभाई है। इन दोनों कार्यक्रमों में मुख्य उद्देश्य शिक्षकों के गणितीय ज्ञान को बढ़ावा देना था ताकि वे प्रभावी ढंग से पढ़ा सकें।

एडलर गणित शिक्षा अनुसन्धान के उस आन्दोलन का हिस्सा थीं जो शिक्षकों के गणितीय ज्ञान के मुद्दे को केन्द्र में लाया। उनका काम काफी हद तक 1980 के दशक में ली शुलमैन के काम से प्रेरित रहा जिसमें शुलमैन ने शिक्षक-शिक्षा में विषय-वस्तु के ज्ञान की उपेक्षा के बारे में बताया था। शुलमैन ने वर्तमान के लोकप्रिय शब्द 'अध्यापन सम्बन्धी विषय ज्ञान (पेडागोजिकल कंटेंट नॉलेज)' या PCK की शुरुआत की थी - उनका आशय था 'विषय और शिक्षण विधि वह विशेष सम्मिश्रण है जो विशेष रूप से शिक्षकों का कार्य

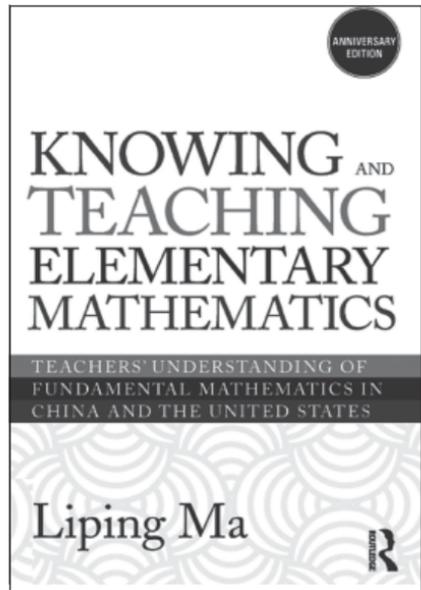


ली शुलमैन अमेरिकी शैक्षिक मनोवैज्ञानिक हैं। इन्होंने लोकप्रिय शब्द 'अध्यापन सम्बन्धी विषय ज्ञान (पेडागोजिकल कंटेंट नॉलेज)' की शुरुआत की। साथ ही, शिक्षण के अध्ययन, शिक्षण के मूल्यांकन एवं चिकित्सा, विज्ञान व गणित के क्षेत्रों में उल्लेखनीय योगदान दिया है।

क्षेत्र है और उनकी अपनी समझ का विशेष प्रकार है' (शुलमैन, 1987)। अधिकांश स्कूल (और कॉलेज) के शिक्षक विषय-शिक्षक होते हैं जो आम तौर पर विज्ञान, गणित, सामाजिक विज्ञान या भाषा में से कोई एक विषय पढ़ाते हैं। चूंकि प्रशिक्षु-शिक्षकों ने किसी एक विषय में स्नातक या स्नातकोत्तर की डिग्री हासिल की होती है इसलिए अध्यापक-शिक्षा कार्यक्रम आम तौर पर यह मानकर चलते हैं कि उनके प्रशिक्षु-शिक्षकों के पास आवश्यक विषय-ज्ञान पहले से ही है और इसलिए वे अपने कार्यक्रमों में केवल शिक्षण सम्बन्धी पहलुओं पर ध्यान केन्द्रित करते हैं। नतीजतन, सेवा-पूर्व शिक्षक जो गणित विषय में विशेषज्ञता रखते हैं, उनके पास गणित की अपनी समझ को फिर से परखने और मज़बूत करने के बहुत कम अवसर होते हैं। शुलमैन और एडलर सहित कई अन्य लोगों के काम ने शिक्षकों के विषय-वस्तु के ज्ञान पर जोर दिया और इस ढर्रे को बदलने का प्रयास किया। स्कूली गणित की गहरी समझ से क्या तात्पर्य है, इसका एक उम्दा विश्लेषण लिपिंग मा की प्रसिद्ध किताब *नोइंग एंड टीचिंग एलीमेंट्री मैथमेटिक्स* (Ma, 1999) में किया गया है।

कक्षा संवाद का विश्लेषण

एडलर ने अपने काम में अध्यापक-शिक्षा की कक्षाओं और स्कूली



स्कूली गणित की गहरी समझ का एक बढ़िया विश्लेषण प्रसिद्ध किताब 'नोइंग एंड टीचिंग एलीमेंट्री मैथमेटिक्स' में किया गया है।

कक्षाओं, दोनों के लिए कक्षा के संवाद के गणितीय पहलुओं को पहचानने और उनका वर्णन करने के लिए एक ज़मीनी दृष्टिकोण अपनाया। शिक्षक ज्ञान के किन संसाधनों का उपयोग करता है और ये कक्षा में उभरने वाले गणित को कैसे आकार देता है? कक्षा संवाद के विश्लेषण में एडलर के तरीके के पीछे मुख्य समझ यह रही कि शैक्षणिक संवाद में कसौटियों (मानदण्डों) का सम्प्रेषण शामिल है। शिक्षक विद्यार्थियों को हमेशा यह बताने के प्रयास करते रहते हैं कि वैध जवाब के तौर पर क्या स्वीकार्य

है, गणित क्या होता है, किसी जवाब के कारण के रूप में क्या स्वीकार्य है, वगैरह-वगैरह। जिस मानदण्ड को शिक्षक घोषित या अघोषित रूप से अपने विद्यार्थियों को सम्प्रेषित करने का निर्णय लेती है, उसके पीछे उसका अपना विवेक होता है। एडलर ने देखा कि शिक्षक अपने निर्णय के समर्थन में ज्ञान के चार विस्तृत दायरों का सहारा लेते हैं: गणितीय ज्ञान, रोज़मर्रा का ज्ञान, पेशेवर ज्ञान और पाठ्यक्रम का ज्ञान (एडलर, 2012)। उन्होंने आगाह किया कि जब निर्णयों के समर्थन के लिए गैर-गणितीय दायरों का ज़रूरत से अधिक उपयोग किया जाए तो गणितीय विचार की अखण्डता से समझौता नहीं किया जाना चाहिए।

शिक्षा में गणितीय चर्चा को समझना

अपने हालिया काम में जिल एडलर ने कक्षा में गणितीय चर्चा के सवाल पर दोबारा गौर किया है। अपनी विशिष्ट शैली में, उन्होंने इस शोध के साथ हस्तक्षेप का पुट भी जोड़ा है। वे एक ऐसी परियोजना का नेतृत्व कर रही हैं जिसका उद्देश्य उन स्कूलों में गणित सीखने और सिखाने में सुधार करना है जहाँ पारम्परिक रूप से वंचित समुदायों के विद्यार्थी पढ़ते हैं। 2009 में, एडलर को इस परियोजना को पूरा करने के लिए एक प्रतिष्ठित अनुदान दिया गया था। हस्तक्षेप कई स्तरों पर था

- शिक्षकों को उनके गणितीय ज्ञान को मज़बूत करने के अवसर प्रदान करना, शिक्षण और सीखने की उपलब्धियों में परिवर्तन को देखने के लिए औज़ार विकसित करना, और परियोजना से जुड़े शोधकर्ताओं और शिक्षकों का एक समुदाय विकसित करना।

इस काम में एडलर अपने साथियों के साथ मिलकर कक्षा की अन्तर्क्रियाओं एवं चर्चाओं में उभरने वाले गणित को पकड़ने के साधनों और ढाँचे को आकार दे रही हैं। होमी भाभा केन्द्र में हुए हमारे काम ने भी दर्शाया है कि शिक्षक सिर्फ पाठ्यपुस्तक में कही गई बातों को नहीं दोहराते; वे कक्षा में खाली परिभाषाएँ, प्रक्रियाएँ या प्रमेय नहीं बताते। मात्र कह या बता देना आम तौर पर सीखने में अप्रभावी रहता है। शिक्षकों को उदाहरण देने चाहिए, परिस्थितियों या सन्दर्भ के माध्यम से गणितीय विचार या अवधारणा की व्याख्या करनी चाहिए, विद्यार्थियों के करने के लिए कुछ टास्क डिज़ाइन करने चाहिए, प्रश्न पूछना चाहिए, प्रस्तुतीकरण बनाना चाहिए और उनका उपयोग करना चाहिए, चर्चा को दिशा देनी चाहिए, विद्यार्थियों की बातों या लेखन पर प्रतिक्रिया देनी चाहिए, कुछ विचार-क्रमों को आगे बढ़ाना चाहिए, वगैरह-वगैरह। ऐसा करते समय शिक्षक पाठ्यपुस्तक के गणित को खोलकर अपने विद्यार्थियों

के लिए उपयुक्त तरीके से प्रस्तुत करता है।

यदि आप वास्तविक शिक्षण के प्रतिलेखन (किसी वीडियो रिकॉर्डिंग से तैयार किए गए लेखन) को देखें, जिसमें शिक्षक और विद्यार्थियों के बीच पर्याप्त चर्चा हो रही हो, तो कक्षा में सीखने-सिखाने की गतिविधि की जटिलता का अन्दाज़ा हो जाएगा। प्रतिलेखन को जितना अधिक गौर से पढ़ेंगे, उतना ही अच्छे से पता चलेगा कि शिक्षक के लक्ष्य क्या थे, छात्रों की सोच क्या थी, इस सोच के प्रति शिक्षकों की प्रतिक्रियाएँ क्या थीं और लगातार विकसित होती कक्षा में क्या कुछ चल रहा होगा।

पाठ के दौरान क्या हो रहा है, इसे समझने के लिए क्या प्रतिलेखन (ट्रांसक्रिप्शन) का विश्लेषण करने का कोई व्यवस्थित तरीका है? क्या यह समझ सीखने की गणितीय गुणवत्ता का अन्दाज़ दे सकती है? इन प्रश्नों का उत्तर देने के लिए न केवल जो कहा गया है, उसका पर्याप्त विवरण आवश्यक है बल्कि जो अनकहा रह जाता है, उसकी सैद्धान्तिक व्याख्या भी ज़रूरी है। क्योंकि जो अनकहा है वह शिक्षक और छात्रों के कथनों और कार्यों को समझने में महत्वपूर्ण है। इसी को ठीक से समझने का एक ढाँचा तैयार करना एडलर के काम का उद्देश्य है (एडलर एंड रॉडा, 2015)।

अपने पिछले काम की तरह, इस

काम के लिए भी एडलर मज़बूत सैद्धान्तिक संसाधनों का सहारा लेती हैं। एक सर्वग्राही दृष्टिकोण का उपयोग करते हुए उन्होंने इसमें रूसी सामाजिक मनोवैज्ञानिक लेव वायगोत्स्की और शिक्षा के ब्रिटिश समाजशास्त्री बेसिल बर्नस्टीन के दृष्टिकोणों को शामिल किया है। उनका यह काम गणित शिक्षण की कक्षाओं को बेहतर तरीके से समझने के लिए सूझबूझ और औज़ार देगा और इस प्रकार शिक्षकों के पेशेवर विकास की अधिक प्रभावी रूपरेखा तैयार करेगा।

गणित शिक्षा में एडलर का योगदान एक शोधकर्ता के योगदान से काफी आगे जाता है। मैं अध्यापक-शिक्षा में उनके हस्तक्षेप का वर्णन कर ही चुका हूँ। उन्होंने न केवल दक्षिण अफ्रीका में बल्कि दक्षिण अफ्रीकी देशों में भी गणित शिक्षा समुदाय के निर्माण में महत्वपूर्ण योगदान दिया है। उन्होंने 1998 में 22वें गणित शिक्षा मनोविज्ञान (पीएमई) सम्मेलन की कार्यक्रम समिति की अध्यक्षता की थी। यह सम्मेलन गणित शिक्षा शोध के सम्मेलनों में सबसे महत्वपूर्ण वार्षिक सम्मेलनों में से एक है और 1998 में पहली बार यह अफ्रीका में आयोजित किया गया था। दक्षिण अफ्रीका में उन्होंने शोधकर्ताओं (पीएच.डी. छात्र और पोस्ट-डॉक) के समूह तैयार किए हैं और उनका मार्गदर्शन किया

है, जो आगे जाकर स्वयं-स्थापित शोधकर्ता बने और विषय को समझने में महत्वपूर्ण योगदान दिया। उन्होंने ICMI में उपाध्यक्ष का पद दो कार्यकाल के लिए सम्भाला। इस दौरान उन्होंने अफ्रीकन कॉंग्रेस गणित शिक्षा सम्मेलन (AFRICME) की शुरुआत की, जो अब हर चार साल में एक बार आयोजित किया जाता है, और दक्षिणी और पूर्वी अफ्रीका में गणित शिक्षा अनुसन्धान के एक केन्द्रक के रूप में उभर रहा है। एडलर कई बार भारत का दौरा कर चुकी हैं, और देश के गणित शिक्षा शोधकर्ताओं से मिलती रही हैं।

वे 2010 में हैदराबाद में गणितज्ञों के अन्तर्राष्ट्रीय सम्मेलन (आई.सी.एम.) में गणित शिक्षा के वक्ता के तौर पर आमंत्रित थीं। उन्होंने तीन बार होमी भाभा सेंटर का दौरा किया और सेंटर के शोध कार्य में मदद की है। होमी भाभा सेंटर के काम की व्यापक समीक्षा करने वाली समिति के सदस्य के रूप में भी उन्होंने एक महत्वपूर्ण भूमिका निभाई। एक बार फिर प्रशस्तित पत्र का उल्लेख करें तो, “उन्होंने दक्षिण अफ्रीका, अफ्रीका और उसके बाहर बढ़ते गणित शिक्षा अनुसन्धान में नेतृत्व की उत्कृष्ट भूमिका निभाई है।”

के. सुब्रमण्यम: मुम्बई स्थित होमी भाभा सेंटर फॉर साइंस एजुकेशन में गणित शिक्षा के प्रोफेसर हैं। विगत वर्षों में इसी संस्था के निदेशक रहे। उनका शोधकार्य माध्यमिक शाला के विषय, जैसे भिन्न और बीजगणित सीखने के तरीके पहचानने, और गणित शिक्षकों के पेशेवर विकास के लिए मॉडल विकसित करने में है। उनकी रुचि संज्ञानात्मक विज्ञान और दर्शनशास्त्र, खासकर शिक्षा और गणित सीखने के सम्बन्ध में है। उन्होंने गणित के राष्ट्रीय पाठ्यक्रम ढाँचे (एन.सी.एफ. 2005) और प्राथमिक स्तर की गणित की पाठ्यपुस्तकों के विकास में योगदान दिया है।

सम्पर्क: subra@hbcse.tifr.res.in

अँग्रेज़ी से अनुवाद: प्रतिका गुप्ता: स्रोत पत्रिका, एकलव्य से सम्बद्ध हैं।

यह लेख *एट राइट एंगल्स (At Right Angles)* पत्रिका के अंक जुलाई, 2016 से साभार।

सन्दर्भ:

1. Adler, J. (2001). Teaching mathematics in multilingual classrooms. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
2. Adler, J. (2012). Knowledge resources in and for school mathematics teaching. In G Gueudet, B., Pepin, B., and Trouche, L. (Eds.) Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development: From text to 'lived resources' (pp. 3--22). Springer, The Netherlands.
3. Adler, J. & Ronda, E. (2015). A framework for describing Mathematics Discourse in Instruction and interpreting differences in teaching. African Journal for Research in Mathematics Science and Technology Education (AJRMSTE), 19(3), 237--254.
4. Ma, L. (1999). Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States. Lawrence Erlbaum Associates Inc., Mahwah, NJ.
5. Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. Harvard Educational Review, 57(1), 1--23.