

आयतन

दूध कैसे नापा जाता है? (1)

एक लोटा चाय से कितने प्याले भरे जा सकते हैं? कैसे पता लगाओगे? (2)

क्या एक पाई धान और एक पाई गेहूं का भार बराबर होगा? यदि इनका भार बराबर नहीं है, तो इनमें किस तरह की बराबरी है? (3)

फसल में छिड़कने के लिए दवा या यूरिया के घोल का हिसाब कैसे करते हैं? (4)

दुकानदार मिट्टी का तेल कैसे नापता है? (5)

एक पीपे में कितना डीजल आएगा? (6)

जब मजदूर खंती खोदते हैं तो उसका हिसाब कैसे रखते हैं? (7)

खदानों या नदी से ले जाते समय गिट्टी, मुर्रम या रेत की नपाई कैसे होती है? (8)

तुमने देखा होगा कि दूध, मिट्टी के तेल, डीजल, दवा के घोल, आदि को हम एक खास नाप के बर्तनों से नापते हैं। इस नाप को लीटर आयतन नापने की एक इकाई है।

इस अध्याय में हम द्रव और ठोस चीजों के आयतन के बारे में सीखेंगे और उन्हें नापेंगे।

प्रयोग-1
शिक्षक तुम्हें चार अलग-अलग बर्तनों में भरा पानी दिखाकर पूछेंगे कि किस बर्तन में ज्यादा पानी है और किस में कम?

सबके अनुमान के बाद बारी-बारी से सभी बर्तनों के पानी को नापकर देखो कि वास्तव में किसमें पानी अधिक था और किसमें कम? (9)

हम जानते हैं कि पानी या अन्य द्रवों का आकार बर्तन के अनुरूप हो जाता है। इससे यह बताना कठिन हो जाता है कि किस बर्तन में पानी अधिक या कम है। ऊपर के उदाहरण में आयतन की तुलना के लिए हमने एक खास नाप के बर्तन का उपयोग किया।

लीटर का नाप

यह एक पारदर्शक प्लास्टिक का चौकोर डिब्बा है। इस डिब्बे पर लगे निशान लीटर को दस बराबर भागों में बांटते हैं। इसको ऊपर तक लबालब भरने पर इसमें एक लीटर पानी या कोई अन्य द्रव आता है।

बने-बनाए नपनाघट

और अल्पतम नाप

तुम्हारी किट में दो नपनाघट दिए गए हैं। बड़े नपनाघट से 250 मि.ली. और छोटे नपनाघट से 50 मि.ली. तक द्रव नापा जा सकता है। दोनों नपनाघटों के निशानों को ध्यान से देखो।

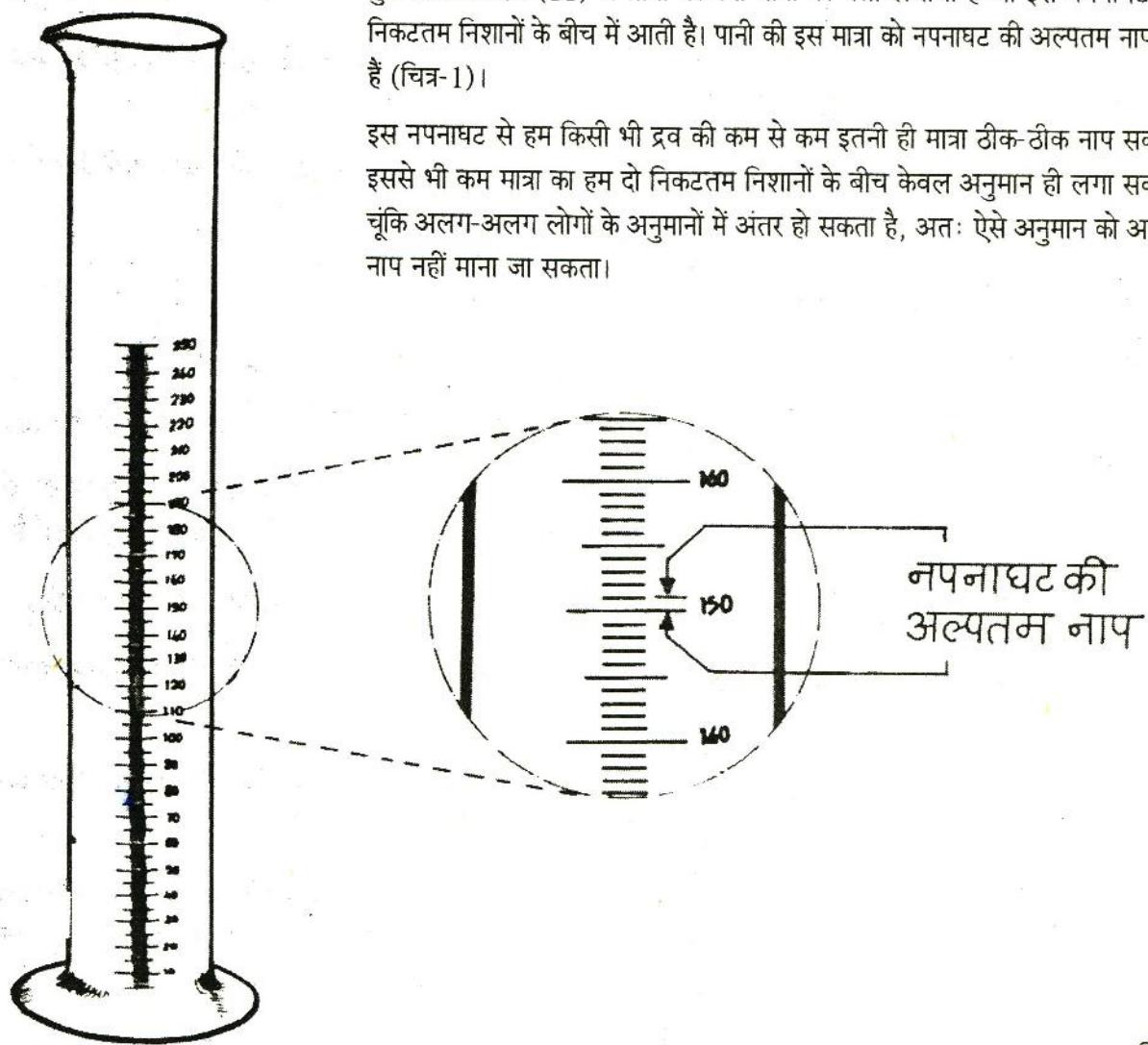
क्या तुम बड़े नपनाघट से 10 मि.ली. द्रव नाप सकते हो? (10)

इस नपनाघट में किसी एक निशान तक पानी भरो।

अब नपनाघट में पानी के तल को अगले निशान तक ले जाने के लिए कितना पानी डालना पड़ेगा? हिसाब लगाकर बताओ। (11)

तुमने ऊपर प्रश्न (11) में पानी की उस मात्रा का पता लगाया है जो इस नपनाघट के दो निकटतम निशानों के बीच में आती है। पानी की इस मात्रा को नपनाघट की अल्पतम नाप कहते हैं (चित्र-1)।

इस नपनाघट से हम किसी भी द्रव की कम से कम इतनी ही मात्रा ठीक-ठीक नाप सकते हैं। इससे भी कम मात्रा का हम दो निकटतम निशानों के बीच केवल अनुमान ही लगा सकते हैं। चूंकि अलग-अलग लोगों के अनुमानों में अंतर हो सकता है, अतः ऐसे अनुमान को अल्पतम नाप नहीं माना जा सकता।



चित्र-1

बड़े नपनाघट से तुम कम से कम कितना द्रव नाप सकते हो? (12)

छोटे नपनाघट की अल्पतम नाप पता करो। (13)

एक और नपनाघट ग्लूकोज बोतल

तुम्हारी किट में ग्लूकोज की खाली बोतलें दी गई हैं। हम इन्हीं बोतलों का नपनाघट के रूप में उपयोग कर सकते हैं। ग्लूकोज बोतल पर दो तरफ निशान लगे हुए हैं। एक तरफ के निशान बोतल को सीधा रखकर द्रव का आयतन नापने के लिए है। दूसरी तरफ के निशान बोतल को उल्टा लटकाकर द्रव का आयतन नापने के लिए है।

क्या तुम बता सकते हो कि ग्लूकोज बोतल की अल्पतम नाप क्या है? (14)

परखनली का नपनाघट

प्रयोग-2

परखनली के बाहर ग्राफ कागज की पट्टी चिपका लो।

परखनली में ग्राफ की पट्टी पर द्रव का तल अच्छी तरह देखने के लिए निम्नलिखित दो सावधानियों को ध्यान में रखो —

(क) ग्राफ कागज की पट्टी संकरी हो, बहुत चौड़ी पट्टी न हो। लगभग ५ मि.मी. से ८ मि.मी. तक चौड़ी पट्टी अच्छी रहेगी।

(ख) पट्टी को चिपकाने से पहले उस पर मिट्टी का तेल पोत दो ताकि वह अर्धपारदर्शक बन जाए। अब इस पट्टी के पीछे से तुम द्रव का तल देख सकोगे।

एक ड्रॉपर से परखनली में इतना पानी डालो कि उसका नीचे वाला गोल हिस्सा भर जाए। ग्राफ कागज की पट्टी पर पानी के तल का निशान लगा लो। इस निशान पर '0' लिख लो।

इस निशान को नपनाघट का शून्य क्यों माना गया? सोचकर बताओ। (15)

अब 50 मिलीलीटर वाले नपनाघट से 10 मि.ली. पानी नापकर परखनली में डाल दो। इसके लिए ड्रॉपर का उपयोग करो। पानी के तल का निशान ग्राफ पट्टी पर लगा लो। निशान के पास '10' लिख लो।

ग्राफ पट्टी पर लगे '0' से '10' के निशानों के बीच की दूरी को दस बराबर भागों में बांटकर निशान लगा लो। इसके लिए ग्राफ पर बनी लाइनों का उपयोग करो। इन निशानों पर क्रमशः '1', '2', '3'... लिख लो।

अब तुम्हारा परखनली नपनाघट तैयार है।

इस नपनाघट की अल्पतम नाप कितनी है? (16)

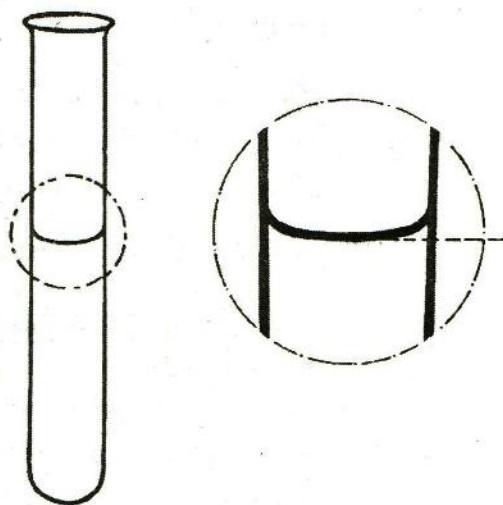
पानी का तल देखने का सही तरीका

एक छोटी परखनली को साबुन से अच्छी तरह धोकर उसमें थोड़ा-सा साफ पानी भरो। पानी के तल को अपनी आंख की ठीक सीधे में रखकर ध्यान से देखो।

क्या पानी का तल समतल है? (17)

इसका चित्र अपनी कॉपी में बनाओ। (18)

साधारणतः पानी का तल समतल नहीं होता, बल्कि नीचे की ओर गोलाई लिए हुए होता है। ऐसी आकृति को अवतल कहते हैं (चित्र-2)।



चित्र-2

यदि तुम्हारी परखनली में पानी का तल अवतल नहीं है तो इसका मतलब है कि तुम्हारी परखनली साफ नहीं है। परखनली को साबुन से अच्छी तरह धोकर फिर इसमें पानी का तल देखो। जैसा चित्र-2 में दिखाया है, ऐसे अवतल की गोलाई के सबसे निचले हिस्से को छूने वाली रेखा का ही नाप के लिए उपयोग करते हैं।

पता लगाओ

प्रयोग-3

एक ड्रॉपर से अपने परखनली के नपनाघट में गिनकर बूंद-बूंद पानी डालकर 5 मि.ली. पानी इकट्ठा करो।

पांच मि.ली. में कितनी बूंदें आईं? (19)

एक बूंद में कितना पानी होगा? मिलीलीटर की इकाई में दशमलव के दूसरे स्थान तक सन्निकटन करके लिखो। (20)

क्या तुम बता सकते हो कि तुमने ऊपर प्रश्न (20) में एक बूंद में पानी का वास्तविक आयतन नापा है या औसत आयतन? (21)

ठोस का आयतन

प्रयोग-4

तुमने अब तक द्रवों का आयतन नापा है। ठोस चीजें कितनी जगह धेरती हैं, यह पता करने के लिए, आओ, कुछ प्रयोग करें।

तुम्हें अलग-अलग आकार के तीन गुटके दिए गए हैं। इन पर पहचान के लिए 'क', 'ख' और 'ग' अक्षर लिख लो। अब एक बीकर को पानी से आधा भरो और पानी का तल दर्शाते हुए एक निशान लगा लो। एक गुटके को धागे से लटका कर पानी के अंदर पूरी तरह डुबा दो।

क्या पानी का तल ऊपर उठा? (22)

गुटके को बाहर निकाल लो।

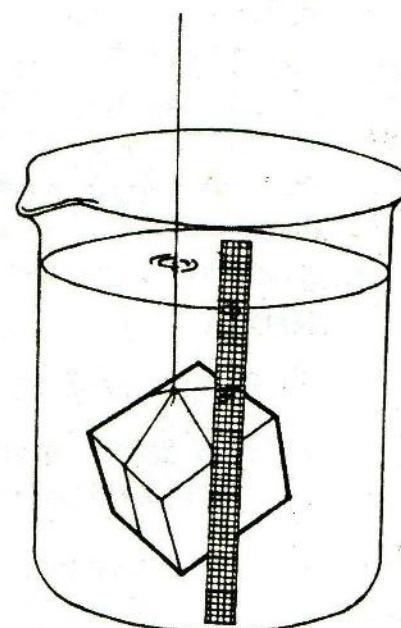
क्या पानी का तल वापस निशान तक नीचे गिर गया? (23)

बाकी दोनों गुटकों के साथ भी यही प्रयोग दोहराओ।

इस प्रयोग में पानी के तल के ऊपर उठने का कारण यह है कि गुटका पानी में डूबने पर अपने द्वारा धेरे स्थान से पानी को हटाता है। गुटका हटा लेने पर पानी वापस अपने स्थान पर आ जाता है। कोई वस्तु जितना भी स्थान धेरती है वह उसका आयतन कहलाता है।

क्या इस विधि का उपयोग आयतन नापने के लिए कर सकते हैं? आओ, करके देखें।

ग्राफ कागज की एक पट्टी को बीकर की बाहरी सतह पर चिपकाओ। बीकर को पानी से लगभग आधा भर लो। पानी के तल का निशान पट्टी पर लगा कर उस पर 'अ' लिख दो। 'क' गुटके को पहले की तरह पानी में डुबाओ और पानी के नए तल को पट्टी पर निशान लगाकर 'क' अक्षर से दिखाओ (नित्र-3)। इसी तरह गुटके 'ख' और 'ग' के साथ भी यह प्रयोग दोहराओ और पानी के नए तलों के निशानों को पट्टी पर उनके सामने 'ख' और 'ग' लिखकर दिखाओ।

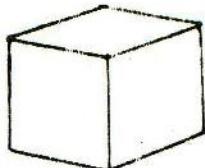


चित्र-3

किस गुटके को डुबोने पर पानी का तल सबसे ऊपर चढ़ा? (24)

क्या यह गुटका सबसे बड़ा है? (25)

जिस प्रकार लंबाई व क्षेत्रफल नापने के लिए इकाइयां तय की गई हैं, उसी प्रकार आयतन के लिए भी इकाइयां तय की गई हैं। एक से.मी. भुजा के घन के आयतन को आयतन के नाप की इकाई माना गया है। इस घन का आयतन 1 घन सेंटीमीटर होगा। इसको हम 1 से.मी.³ के रूप में भी लिख सकते हैं। इसी प्रकार एक मीटर भुजा के घन का आयतन एक घन मीटर अथवा 1 मी.³ होता है।



चित्र-4

आओ, आयतन नापें

प्रयोग-5

तुम्हारी किट में 1 से.मी. भुजा वाले प्लास्टिक के घन दिए गए हैं। हर घन का आयतन इस प्रकार एक घन सेंटीमीटर या 1 से.मी.³ है। अतः हर ऐसा घन आयतन नापने की इकाई माना जा सकता है।

बीकर में फिर से पानी उसी निशान 'अ' तक भरो। अब ये प्लास्टिक घन लो और उन्हें एक-एक करके बीकर में धीरे से डालो। बीकर में इतने घन डालो कि पानी का तल 'क' निशान तक पहुंच जाए।

इन घनों की संख्या लिख लो। (26)

इसी प्रकार पानी के तल को 'अ' से 'ख' तक और 'अ' से 'ग' तक पहुंचाने के लिए भी आवश्यक घनों की संख्या मालूम करो और उन्हें अपनी कॉपी में लिख लो। (27)

तीनों गुटकों के आयतन घन सेंटीमीटर की इकाई में क्या होंगे? (28)

इस प्रयोग की विधि के अनुसार किट में दिए हुए अन्य गुटकों का भी आयतन घन सेंटीमीटर की इकाई में पता करो। (29)

प्रयोग-4 वाला बीकर लो। अब उसको उसी 'अ' निशान तक दूध या किसी तेल से भर दो। अब प्रयोग-4 फिर से करो।

क्या हर गुटके को डुबोने पर तल उतना ही ऊपर उठता है जितना पानी का? इस प्रयोग से तुमने क्या सीखा? (30)

तुमने ऊपर के प्रयोगों में ठोस वस्तुओं का आयतन घन से.मी. की इकाई में पता किया। इसके पहले तुमने द्रवों का आयतन मि.ली. की इकाई में पता किया था। आखिर एक घन से.मी. और एक मि.ली. में क्या संबंध है? आओ, प्रयोग करके पता करें।

एक अप्लावी बर्टन लो (चित्र-5)। इसे एक समतल स्थान पर रखो। उसको पानी से इतना भरो कि टोटी से पानी बाहर आने लगे। जब बर्टन के अंदर पानी का तल स्थिर हो जाए तो टोटी के नीचे एक खाली बीकर रखो और बर्टन के अंदर 50 प्लास्टिक घन धीरे-धीरे डालो। ऐसा करने पर टोटी से कुछ पानी बाहर आएगा जिसे बीकर में इकट्ठा कर लो।

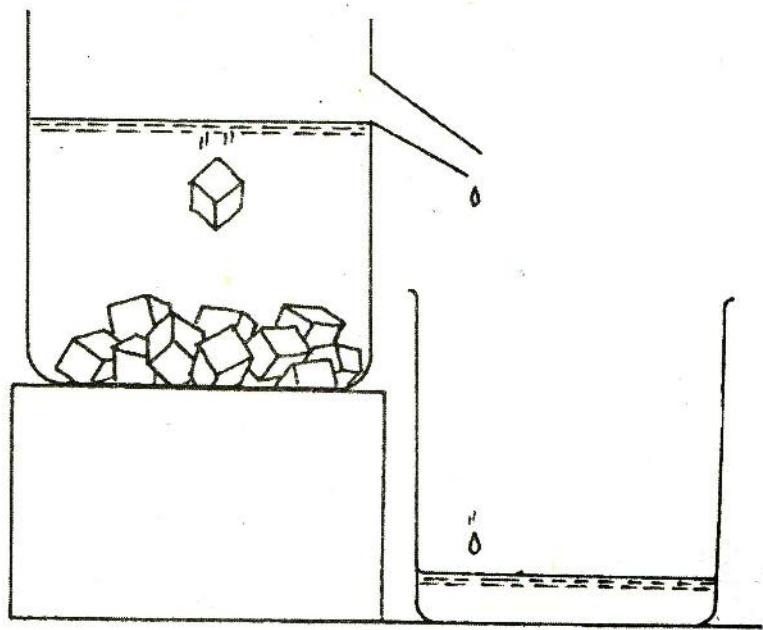
बीकर में कितना पानी इकट्ठा हुआ? अपने नपनाघट से नापो।

विस्थापित पानी की नाप

आयतन नापने का

एक और तरीका

प्रयोग-7



चित्र-5

तुम्हें मालूम है कि प्लास्टिक के एक घन का आयतन एक घन से.मी. या 1 से.मी.³ है।
50 घनों का कुल आयतन कितना होगा?
अपने अवलोकन नीचे जैसी तालिका बनाकर लिखो। (31)

तालिका - 1

(क्रमांक)	वस्तु	अप्लावी बर्तन से निकले पानी की मात्रा मि.ली. में (प्रयोग-7 के आधार पर)
1.	50 घन
2.	80 घन
3.	100 घन

इस प्रयोग को घनों की अलग-अलग संख्या लेकर दोहराओ।
अब अपनी तालिका को ध्यान से देखो।
एक गुटके के आयतन और उसके द्वारा विस्थापित (हटाए गए) पानी की मात्रा
के बीच तुम क्या संबंध देखते हो? (32)
अब तुम्हें आयतन नापने का एक और तरीका समझ में आ गया होगा। उसे
समझाकर लिखो। (33)

अपनी विधि से अब किसी अन्य चीज (जैसे पत्थर, कोई फल आदि) का आयतन पता करो।

एक से.मी.³ आयतन की कोई ठोस चीज अप्लावी बर्तन में डालने से कितने मिलीलीटर पानी बाहर निकलेगा? (34)

एक बड़े अप्लावी बर्तन से 1 लीटर पानी निकालने के लिए कितने से.मी.³ आयतन का गुटका उसमें डालना पड़ेगा? (35)

अक्सर द्रवों की नाप मिलीलीटर की जगह घन सेटीमीटर में भी बता दी जाती है।

क्या इसमें कोई गड़बड़ है? (36)

एक समस्या

जब एक कॉर्क पानी में डालते हैं तो वह उसकी सतह पर तैरता रहता है।

इस कॉर्क का आयतन मालूम करने में तुम्हें क्या कठिनाई होगी? (37)

इस समस्या को हल करने का कोई एक तरीका सुझाओ। (38)

अब कॉर्क का आयतन अपने तरीके से निकालो। (39)

कुछ सोचकर करने को

प्रयोग-8

गुटके का आयतन

निकालने का सूत्र बनाओ

प्रयोग-9

तुमने पानी की एक बूंद का औसत आयतन पता लगाया था। अब गेहूं के एक दाने का औसत आयतन पता करो।

अपना उत्तर और प्रयोग करने का तरीका कॉपी में लिखो। (40)

अब प्लास्टिक के घनों को एक दूसरे से सटाकर एक ऐसी लाइन बनाओ जिसकी लंबाई 'ख' गुटके की लंबाई के बराबर हो।

इसके लिए तुम्हें कितने घन रखने पड़े? (41)

इसी प्रकार घनों की और लाइनें भी बना कर एक दूसरे से सटाकर जोड़ते जाओ जिससे कि इन घनों की एक ऐसी परत बन जाए जिसकी लंबाई व चौड़ाई वही हो जो 'ख' गुटके की है।

ऐसी कुल कितनी लाइनें बनानी पड़ीं? (42)

क्या इस परत में लगे कुल घनों की संख्या 'ख' गुटके की लंबाई व चौड़ाई के गुणनफल के बराबर है? (43)

घनों की इस परत पर ऐसी ही और परतें तब तक बनाकर रखते जाओ जब तक कि उनकी ऊंचाई 'ख' गुटके के बराबर न हो जाए।

कुल कितनी परतें बनानी पड़ीं? (44)

घनों को जोड़कर बनाई गई इस चीज का आकार 'ख' गुटके के बराबर है।

इसको बनाने में कुल कितने घन लगे? (45)

क्या इन घनों की संख्या 'ख' गुटके का आयतन बताती है? (46)

क्या इन घनों की संख्या 'ख' गुटके की लंबाई, चौड़ाई व ऊंचाई के गुणनफल के बराबर है? (47)

प्रश्न (46) और (47) के उत्तरों के आधार पर तुम क्या निष्कर्ष निकाल सकते हो? अपने निष्कर्ष को आयतन निकालने के सूत्र के रूप में लिखो। (48)

बाकी दोनों गुटकों की भी लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई नापकर नीचे दी गई तालिका में लिखो। उसी तालिका में लंबाई, चौड़ाई व ऊँचाई के गुणनफल और प्रयोग-5 या प्रयोग-7 में निकाले गए आयतन भी से.मी.³ की इकाई में लिख लो। (49)

तालिका -2

गुटका क्रमांक	लंबाई (से.मी.)	चौड़ाई (से.मी.)	ऊँचाई (से.मी.)	गुणनफल (से.मी. ³)	आयतन (से.मी. ³)
1.					
2.					
3.					

क्या तुम्हारा आयतन का सूत्र सब गुटकों के लिए सही बैठता है? (50)

इन गुटकों को यदि पानी से भरे अप्लावी बर्तन में एक-एक करके डालें, तो कितना पानी हटेगा? (51)

लीटर का नाप कैसे बना?

प्रयोग-10

किट में दिए लीटर के नाप के प्लास्टिक वाले डिब्बे के अंदर की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई नापकर लिखो। (52)

1 लीटर के नाप में कितने घन आएंगे? हिसाब लगाकर बताओ। (53)

1 घन सेंटीमीटर और 1 मिलीलीटर की तुलना करो।

क्या तुम्हारा निष्कर्ष प्रश्न (34) और (35) के उत्तरों से मेल खाता है? (54)

अब तुम्हें समझ में आ रहा होगा कि लीटर का नाप कैसे तय किया गया होगा। याद करो कि क्षेत्रफल की इकाई बनाने में भी 1.0 से.मी. भुजा के वर्ग का उपयोग किया गया था। आयतन के नाप बनाने में भी 1 से.मी. लंबाई की इकाई का उपयोग हुआ है और 1.0 से.मी. भुजा वाले घन को आयतन की इकाई माना गया है। एक बार लंबाई की इकाई सेंटीमीटर या मीटर हो जाने पर क्षेत्रफल और आयतन के नाप उसी के आधार पर तय हो जाते हैं। इस तरह दूरी, क्षेत्रफल और आयतन की इकाइयों में एक सीधा संबंध है।

समझो और बूझो

नागपुर का एक किसान अपने बगीचे के संतरों को दिल्ली भेजने के लिए उनका एक पार्सल बनाता है। वह हर संतरे को 8 से.मी. भुजाओं वाले पतले पुष्टे के घनाकार डिब्बों में रखता है। अब वह इन्हें 72 से.मी. लंबाई, 64 से.मी. चौड़ाई और 40 से.मी. ऊँचाई वाली लकड़ी की पेटी में सजाता है।

इस पेटी की लंबाई में कितने संतरे रखे जा सकते हैं? चौड़ाई में कितने रखे जा सकते हैं? और ऊंचाई में कितने? (55)

पूरी पेटी में कितने संतरे भरे जा सकते हैं? (56)

एक सवाल

10 से.मी. भुजाओं वाले लकड़ी के एक घन का आयतन क्या होगा? नीचे दी गई संभावनाओं में से सही उत्तर चुनो।

- (क) 1000 से.मी.² (ख) 1000 (ग) 1000 से.मी.³
(घ) 1 मी.³ (57)

हिसाब लगाओ

एक और सवाल

1 घन मीटर में कितने घन सेंटीमीटर आएंगे? (58)

एक खाली चौकोर डिब्बे के वर्गाकार पेंडे की भुजाएं 4 से.मी. लंबी हैं। इसमें 10 से.मी. की ऊंचाई तक पानी भरा है। धागे से बंधे एक पथर को जब धीरे-धीरे इसमें डुबाया जाता है तो पानी की सतह 15 से.मी. तक ऊपर उठ जाती है।

पथर डुबोने से पहले डिब्बे में भरे पानी का आयतन कितना था? (59)

पथर डुबोने के बाद डिब्बे में पानी और पथर को मिलाकर दोनों का आयतन कितना है? (60)

पथर का आयतन क्या है? (61)

ऊपर वाले प्रयोग में यदि हम पानी के बदले तेल का उपयोग करें तो क्या हमको कुछ और उत्तर मिलेगा? अपने उत्तर को कारण सहित समझाओ। (62)

एक गांव के पास एक छोटा-सा तालाब बनाया गया है। यह तालाब 10 मी. लंबा, 6 मी. चौड़ा और 3 मी. गहरा है।

इस तालाब में कुल कितना पानी भरा जा सकता है? आधा भरा होने पर उसमें पानी का आयतन कितना होगा? (63)

अपने उत्तर लीटर और मी.³ दोनों इकाइयों में लिखो। (64)

जब एक बार 60 बच्चों के दल ने इकट्ठे उस तालाब में डुबकी लगाई तो पानी का तल 3 से.मी. ऊपर उठ गया।

उस दल के एक बच्चे का औसत आयतन क्या था? (65)

एक ईट की लंबाई, चौड़ाई और ऊंचाई क्रमशः 25, 10 और 5 से.मी. है।

हमें एक दीवार बनानी है जिसकी लंबाई, चौड़ाई और ऊंचाई क्रमशः 225, 20 और 290 से.मी. हो। इसमें कितनी ईटें लगेंगी? (66)

अपने गांव के बढ़ी या आरा मशीन के किसी कारीगर से पता लगाओ कि लकड़ी की चिरानों को कैसे नापा जाता है।

अगर समझ गए हो, तो उसका तरीका समझाकर लिखो। (67)

एक कठिन काम