

घट-बढ़ और सन्निकटन

नपाई में घट-बढ़

भोला और कल्लू गिल्ली डंडा खेल रहे थे।
कल्लू ने गिल्ली मारी और 100 डंडे मांगे।
भोला ने डंडे नापे। कुल 98 डंडे आये।
फिर कल्लू ने नापे तो 100 डंडों में थोड़ा-सा डंडा कम बैठा।
दोनों में डंडों की गिनती पर लड़ाई हुई। डंडों को कई बार
और नापा। नाप इस प्रकार आये :

97 डंडे पूरे और आधा डंडा

99 डंडों से थोड़ा कम

100 डंडों से थोड़ा अधिक

89 डंडे

इसमें आखिरी वाला नाप एकदम गलत लगता है। कल्लू शायद बीच में गिनती भूल गया होगा। इसलिये 99 की जगह 89 डंडे गिन गया होगा।

उपर के नापों के अलग बाने के क्या-क्या कारण हो सकते हैं? (1)

क्या तुम्हारे साथ भी कभी खेल में ऐसा हुआ है? (2)

पैमाने की कहानी में तुमने पढ़ा था कि नपाई में झगड़ों को दूर करने के लिए पैमाने बनाए गए।

पर फिर भी पैमाने के उपयोग से क्या हर बार एक ही नाप मिलता है? आओ इसका पता करें।

प्रयोग 1

अपनी कक्षा की लम्बाई एक स्केल से दस बार नापो ।

हर बार नापी हुई लम्बाई कापी में लिखो । (3)

क्या हर बार एक ही नाप आया ? (4)

इन नापों में घट-बढ़ क्यों हुई ? (5)

प्रयोग 2

तुम सब बारी-बारी से एक दरवाजे की ऊँचाई नापो । और अपने नापों को श्यामपट पर लिखते जाओ ।

इन नापों को तुम भी अपनी कापी में लिख लो । (6)

क्या सब विद्यार्थियों के नाप बराबर आये ? (7)

ये नाप कई कारणों से अलग-अलग हो सकते हैं ।

क्या तुम इसका कोई कारण बता सकते हो ? (8)

क्या तुम्हारे विचार में सभी विद्यार्थियों के नाप एक ही बाने चाहिए थे ? (9)

क्या इन नापों को देख कर बता सकते हो कि कौन-से नाप सही नहीं लगते ? (10)

कौन-सा नाप सही और कौन-सा गलत

यदि कोई नाप बाकी नापों से बहुत अलग हो तो उसको गलत माना जा सकता है । सही नाप लगभग एक से होने चाहिए । सही व गलत नापों की पहचान के लिए हम इसी तरीके का उपयोग करेंगे । आओ, एक उदाहरण से सही व गलत नापों की पहचान करना सीखें ।

म्यारह विद्यार्थियों को रबर की एक नली की लम्बाई नापने को कहा गया। उन्होंने नीचे दी हुई लम्बाइयाँ लिखीं :

- | | |
|------------------|-------------------|
| (1) 27·9 से०मी० | (7) 27·7 से०मी० |
| (2) 27·8 | (8) 37·7 से०मी० |
| (3) 27·81 से०मी० | (9) 27·93 से०मी० |
| (4) 27·7 से०मी० | (10) 30·0 से०मी० |
| (5) 27·7 | (11) 27·98 से०मी० |
| (6) 27·58 से०मी० | |

इनमें दो अवलोकन अपूरे लिखे गए हैं।

उन्हें पहचान कर अपनी कापी में लिखो। (II)

तुम देखोगे कि दो विद्यार्थियों ने यह नहीं लिखा कि नापी हुई लम्बाई से०मी० में है या मि०मी० में। हम यह अनुमान लगा सकते हैं कि इन दो अवलोकनों में भी दूरियाँ से०मी० में ही होंगी। इस भूल सुधार के बाद हम उन्हें सही नाप मान सकते हैं।

इन नापों में से नौ नाप 27·58 से०मी० से लेकर 27·98 से०मी० के बीच हैं। बाकी दो में से एक नाप 30·0 से०मी० है जो काफी अलग है, इसलिए यह सही नाप नहीं हो सकता। इस विद्यार्थी ने या तो लापरवाही दिखाई या खराब स्केल इस्तेमाल किया। यह भी हो सकता है कि उसने नाप लेते समय रबर की नली को अधिक खींच दिया हो। इस नाप को सूची से निकाल देना चाहिए।

37.7 से ०मी० वाला नाप या तो एकदम गलत है या लापरवाही से 27.7 से ०मी० के बदले में लिखा गया है। ऐसी भूलें अक्सर हो जाती हैं। यदि वह सचमुच ही गलत है तो उसे सूची में से हटा देना चाहिए, नहीं तो भूल-सुधार के बाद उसे स्वीकार कर लेना चाहिए।

इस सम्बंध में तुम्हारा क्या निर्णय है ? (12)

नाप में बारीकी

यह तो तुम्हें मालूम ही है कि स्केल पर एक-एक मि०मी० की दूरी पर निशान लगे हैं।

क्या ऐसा स्केल से 27.58 से ०मी० जितना बारीक नाप दिया जा सकता है ? (13)

शायद यह नाप 27.5 से ०मी० और 27.6 से ०मी० के बीच आ रहा था। इसलिए नापने वाले ने अनुमान से इसे 27.58 से ०मी० लिख दिया।

क्या ऐसा करना चाही है ? (14)

रबर नली की लम्बाई 27 से ०मी० से कुछ अधिक है। दशमलव के दूसरे स्थान का अंक मिलीमीटर के दसवें भाग यानी सेन्टी-मीटर के सीवें भाग का नाप बताता है।

नली की लम्बाई को म्याम में रखते हुए उसको किसी नली बारीकी से नाप लेने की जरूरत है ? (15)

27·58 से०मी० वाले नाप को 27·5 से०मी० लिखा जाये या 27·6 से०मी० ? (16)

27·81 से०मी० वाले नाप को 27·8 से०मी० लिखा जाये या 27·9 से०मी० ? (17)

ऐसे निर्णय करने के लिए हम एक नियम बना लेते हैं। इन नापों में आधे मिलीमीटर से कम बढ़ोतरी को हम छोड़ देंगे। आधे मिलीमीटर या उससे अधिक बढ़ोतरी को पूरा मिलीमीटर मान लेंगे।

उदाहरण के लिए,

27·54 से०मी० को	27·5 से०मी० लिखेंगे,
27·65 से०मी० को	27·7 से०मी० लिखेंगे, और
27·48 से०मी० को	27·5 से०मी० लिखेंगे।

नापों की सूची में सुधार करके नई सूची अपनी कापी में लिख लो। (18)

इस सूची के नापों में से सही दूरी कौन-सी है, इसका निर्णय कैसे करोगे ? इसके दो तरीके हैं,

(1) स्तम्भालेख बनाकर यह पता लगाया जाये कि कौन-सा नाप सबसे अधिक बार आया। इस नाप को बहुसम्मत मान करेंगे।

(2) सब नापों का औसतन मान निकाला जाये। यह औसतन नाप कहलायेगा।

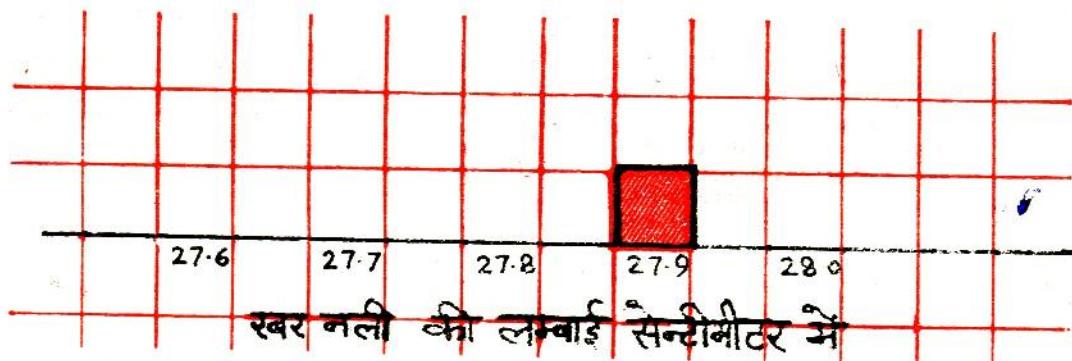
स्तम्भालेख बनाओ

अपनी किट-कापी में से एक चौकोर खाने वाला कागज निकाल लो। कागज पर बनी रेखा पर ही एक आड़ी रेखा खोंच लो।

नली के नाप $27\cdot6$ सेमी से $28\cdot0$ सेमी के बीच में आए हैं। इसलिए आड़ी रेखा के नीचे अलग-अलग खानों में $27\cdot6$ सेमी, $27\cdot7$ सेमी, , $28\cdot0$ सेमी लिख लो (चित्र-1)।

मूर्ची में पहला नाप $27\cdot9$ सेमी है।

आड़ी रेखा के ऊपर $27\cdot9$ सेमी वाला एक खाना रंग दो (चित्र-1)।

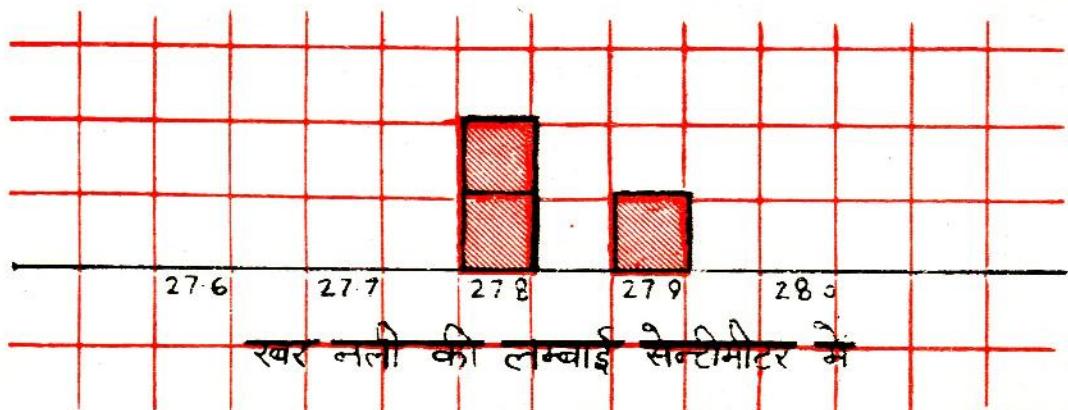


चित्र-1

मूर्ची का दूसरा नाप $27\cdot8$ सेमी है।

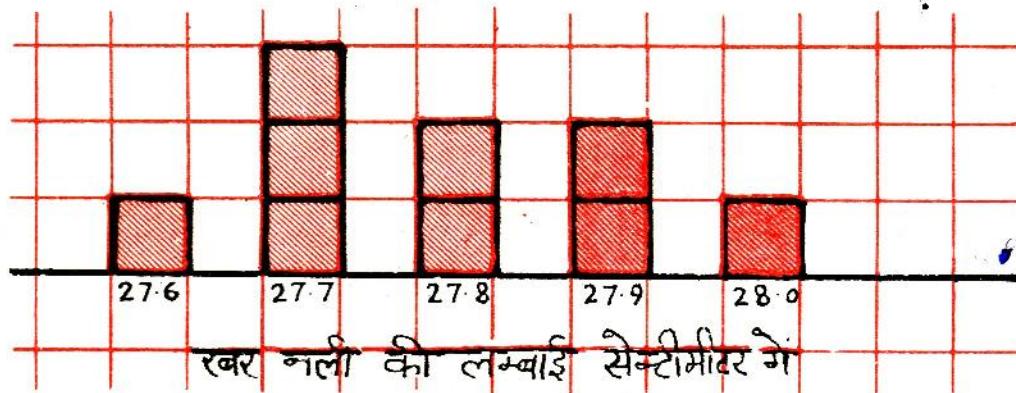
अब आड़ी रेखा पर $27\cdot8$ सेमी वाला एक खाना रंग दो।

मूर्ची का तीसरा नाप भी $27\cdot8$ सेमी ही है। इसके लिए $27\cdot8$ सेमी वाला एक और खाना रंग दो (चित्र-2)।



चित्र-2

इस तरह सभी नापों के लिए खाने रंग देने पर चित्र-3 जैसा स्तम्भालेख तैयार हो जायेगा ।



चित्र-3

स्तम्भालेख वाला कागज अपनी कापी में लिपका सो । क्या तुम्हारा स्तम्भालेख भी चित्र-3 जैसा है ? यदि नहीं, तो क्यों नहीं ? (19)

स्तम्भालेख से बहुसम्मत

मान पता लगाना

स्तम्भालेख में कौनसे नाप का स्तम्भ सबसे ऊँचा है ? (20)

यह नाप नली की लम्बाई का बहुसम्मत मान है ।

अभ्यास करो

तुमने कक्षा की लम्बाई दस बार नापी थी ।

इन नापों का स्तम्भालेख बनाओ । (21)

कक्षा की लम्बाई का बहुसम्मत मान कितना है ? (22)

कक्षा के सब विद्यार्थियों के द्वारा नापी गयी दरवाजे की ऊँचाई के नापों का स्तम्भालेख बनाओ । (23)

दरवाजे की ऊँचाई का बहुसम्मत मान क्या आया ? (24)

औसत निकालना

पहले सब नापों का जोड़ निकाल लो ।

27.9 से०मी०

27.8 से०मी०

27.8 से०मी०

27.7 से०मी०

27.7 से०मी०

27.6 से०मी०

27.7 से०मी०

27.9 से०मी०

28.0 से०मी०

जोड़ = 250.1 से०मी०

सूची में नली के कुल 9 नाप हैं ।

इसलिए नापों के जोड़ को 9 से भाग देने पर नली की औसत लम्बाई पता चल जायेगी ।

$$\text{नली की औसत लम्बाई} = \frac{250.1}{9} \text{ से०मी०} = 27.79 \text{ से०मी०}$$

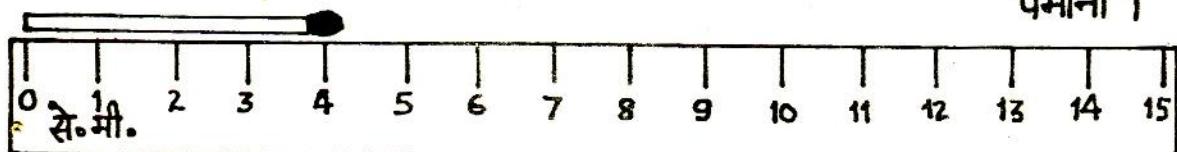
सन्निकटन से नली की औसत लम्बाई = 27.8 से०मी०

अभ्यास करो

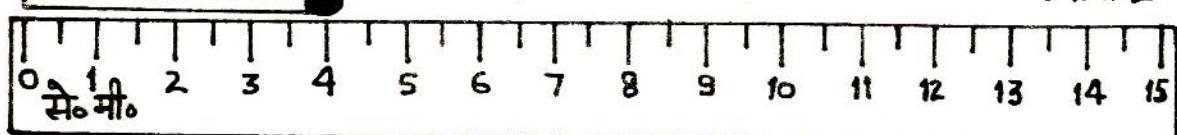
अपने नापों से कक्षा की औसत लम्बाई मालूम करो । (25)

सब विद्यार्थियों के नापों से दरवाजे की औसत ऊँचाई पता करो । (26)

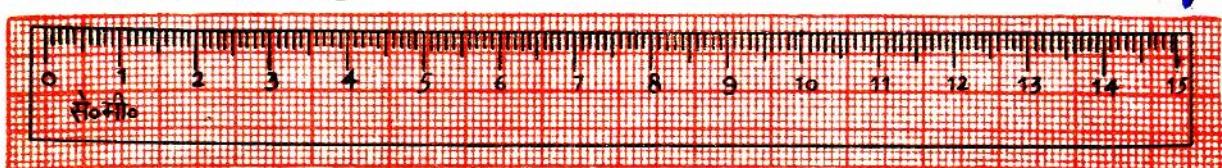
पैमाना 1



पैमाना 2



पैमाना 3



चित्र-4

नाप में बारीकी

कहीं तक

चित्र-4 में तीन पैमाने दिखाए गए हैं।

इनमें तुम्हें क्या अन्तर दिखता है? (27)

इन पैमानों से कम-से-कम कितनी लम्बाई नापने की गुंजाइश है? इस लम्बाई को पैमाने का न्यूनतम नाप कहेंगे।

यह जानकारी अपनी कापी में नीचे जैसी तालिका बनाकर लिख लो। (28)

	एक से.मी. के कितने भाग	पैमाने का न्यूनतम नाप
पैमाना 1		
पैमाना 2		
पैमाना 3		

पैमाना 1 से माचिस की सींक की लम्बाई का अंदाज लगाया गया ।
 धनीराम का अंदाज था 4·2 सेंचॉमी० ।
 टीकाराम का अंदाज था 4·3 सेंचॉमी० ।
 कारेलाल का अंदाज था 4·0 सेंचॉमी० ।
 कलीराम का अंदाज था 4·25 सेंचॉमी० ।

तुम किसका अंदाज सही मानते हो ? (29)

क्या कलीराम का इतना बारीकी से नाप लेना सही है ? (30)

पैमाना 2 के आधार पर सींक की लम्बाई का तुम क्या अंदाज लगाओगे ? (31)

क्या पैमाना 3 से भी दो निशानों के बीच अंदाज लगाना चाहिये ? (32)

किसी पैमाने के दो निशानों के बीच में लम्बाई का अंदाज लगाना कहाँ तक सही है ? आपस में चर्चा करके निर्णय करो । (33)

सोच कर बताओ

क्या तुम एक स्केल से अपने बाल की मोटाई का अंदाज लगा सकते हो ? (34)

क्या गल्ला तोलने के काटे से एक कागज के मार का अंदाज लगा सकते हो ? (35)

सन्निकटन का एक
और उपयोग

मोहन ने बड़ी सावधानी से कक्षा के कमरे की लम्बाई 8 बार नापी । उसके नाप थे—

8 मी०	37 सेंचॉमी०	9 मिंचॉमी०	या	8·379 मी०
8 मी०	39 सेंचॉमी०	2 मिंचॉमी०	या मी०
8 मी०	38 सेंचॉमी०	5 मिंचॉमी०	या मी०

8 मी०	36 से०मी०	8 मि०मी०	या मी०
8 मी०	39 से०मी०	0 मि०मी०	या मी०
8 मी०	37 से०मी०	4 मि०मी०	या मी०
8 मी०	33 से०मी०	5 मि०मी०	या मी०
8 मी०	40 से०मी०	1 मि०मी०	या मी०

ऊपर खाली स्थानों को भर कर यह सूची कापी में लिख लो । (36)

एक मी० में कितने मि०मी० होते हैं ? (37)

8·379 मी० में कितने मि०मी० होंगे ? (38)

इस नाप को 1 मि०मी० की बारीकी तक नापने का क्या कोई लाभ है ? (39)

ऐसे मामलों में अपने हिसाब को आसान करने के लिए हमें सन्निकटन विधि का उपयोग करना चाहिये ।

पहले हम दशमलव के तीसरे स्थान का सन्निकटन करके सब नाप दशमलव के दूसरे स्थान तक ही लिख लेते हैं । जैसे,

8·392 मी० सन्निकटन से 8·39 मी० होगा, और

8·335 मी० सन्निकटन से 8·34 मी० होगा ।

बाकी छह नापों को भी दशमलव के दूसरे स्थान तक सन्निकटन करके अपनी कापी में लिखो । (40)

अबर हमें इससे भी मोटा-मोटा हिसाब करना हो तो हम इन नापों का दशमलव के पहले स्थान तक सन्निकटन कर लेते हैं । जैसे,

8·392 मी० सन्निकटन से 8·4 मी० होगा, और

8·335 मी० सन्निकटन से 8·3 मी० होगा ।

बाकी छह नापों को भी दशमलव के पहले स्थान तक सन्निकटन करके अपनी कापी में लिखो ? (41)

कुछ मनोरंजक प्रयोग

अपनी कक्षा के विद्यार्थियों की उम्र और लम्बाई के बहुसम्मत मान निकालना तुम्हारे लिए मनोरंजक प्रयोग होंगे।

हर विद्यार्थी की उम्र निकटतम महीने तक लिखकर स्तम्भालेख बनाओ और कक्षा की उम्र का बहुसम्मत मान निकालो। (42)

इसी प्रकार कक्षा में उपस्थित सब विद्यार्थियों की लम्बाई को निकटतम से०मी० तक लिखो और स्तम्भालेख बनाकर कक्षा की बहुसम्मत लम्बाई पता करो। (43)

नये शब्द :	घट-बढ़	औसत
	सन्निकटन	औसतन मान
	स्तम्भालेख	न्यूनतम
	बहुसम्मत मान	