

# संयोग और सम्भाविता

गाड़ी चूके, तो क्यों ?

होशंगाबाद जिले के पूर्वी सिरे पर इटारसी—इलाहाबाद रेलवे लाइन पर बनखेड़ी नाम का एक छोटा—सा स्टेशन है। बनखेड़ी से इटारसी की ओर जाने के लिए एक गाड़ी, बीना एक्सप्रेस, सुबह लगभग 9:00 बजे मिलती है। बीना एक्सप्रेस अधिकतर 15—20 मिनट लेट होती है। परन्तु कभी—कभी बिलकुल ठीक समय पर आ जाती है और महीने में एक या दो बार एक—दो घंटे भी लेट हो जाती है।

बनखेड़ी से इटारसी जाने के लिए एक और गाड़ी, इलाहाबाद — इटारसी पैसेन्जर, दोपहर के लगभग दो—सवा दो बजे मिलती है। परन्तु पैसेन्जर का यह समय रेलवे टाइम टेबल (समय सारिणी) में केवल लिखने के लिए लिखा है। वास्तव में पैसेन्जर महीने में कई दिन 2—4 घंटे लेट आती है। कम—से—कम एकध घंटे लेट होना तो पैसेन्जर के लिए आम बात है। महीने में शायद एकाध बार पैसेन्जर 30 मिनट से कम लेट हो। कभी—कभार, शायद दो—चार महीने में एकाध—बार पैसेन्जर समय पर आकर बनखेड़ी के लोगों को आश्चर्यचकित कर देती है। रेलगाड़ियों की इस परिस्थिति से जुड़े हुए हम अब तुमसे कुछ सवाल पूछेंगे। आपस में चर्चा करके उनके उत्तर दो।

एक सज्जन बीना एक्सप्रेस पकड़ने के लिए बनखेड़ी स्टेशन एक घंटा देरी से (लगभग 10 बजे प्रातः) पहुँचे। तर्क सहित बताओ कि इन सज्जन को गाड़ी मिलेगी कि नहीं ? (1)

एक अन्य सज्जन एक दिन इलाहाबाद—इटारसी पैसेन्जर पकड़ना चाहते थे। यह सोचकर कि पैसेन्जर का एकध घंटा लेट होना तो आम बात है, वे बनखेड़ी स्टेशन दोपहर के 3:00 बजे (लगभग 45 मिनट लेट) पहुँचे। स्टेशन पहुँचने पर उन्हें पता चला कि उस दिन गाड़ी समय पर निकल गयी।

गाड़ी चूक जाने के लिए उन्होंने अपने भाग्य को खूब कोसा ।  
क्या पैसेन्जर का समय पर आना एक असम्भव घटना थी ?  
ऊपर दिए हुए पैसेन्जर के आने के इतिहास को ध्यान में रखते  
हुए तर्क सहित उत्तर दो । (2)

कितने भटे लगेंगे ?  
सवाल संयोग का

एक किसान ने अपने खेत में भटे (बैंगन) की एक ऐसी किस्म लगाई  
जिसके प्रत्येक पौधे में एक समय पर औसतन 8 भटे लगते थे ।  
यदि इस किस्म का एक पौधा फूल लगने से पहले तुम्हें दिखाकर पूछा  
जाये कि इस पौधे में कितने भटे लगेंगे तो क्या तुम इसकी पक्की  
भविष्यवाणी कर सकते हो ? कारण सहित उत्तर दो । (3)

चियों—कौड़ियों के खेल

तुमने इमली के चियों, कौड़ियों, पासों या सिक्कों से कई खेल खेले होंगे ।  
इन खेलों में हार—जीत तो लगी ही रहती है ।

आज तक खेलते—खेलते क्या तुम कोई ऐसा तरीका ढूँढ पाए हो जिससे  
चिये, कौड़ियाँ, पासे या सिक्के तुम्हारी इच्छा के अनुसार ही गिरें ? (4)  
क्या कभी ऐसा होता है कि एक ही व्यक्ति लगातार जीतता रहे या  
कोई एक व्यक्ति लगातार हारता रहे ? यदि ऐसा नहीं होता, तो क्या  
होता है ? (5)

मान लो कि तुमने 4 कौड़ियाँ एक साथ 20 बार फेकीं, तो क्या ऐसा  
हो सकता है कि हर बार ये कौड़ियाँ एक जैसी ही गिरें ? (6)  
क्या तुम हमेशा अपनी इच्छा के अनुसार हार या जीत सकते हो ?  
तर्क सहित समझाओ । (7)

आखिर तुम अपनी इच्छा के अनुसार कौड़ियाँ क्यों नहीं गिरा  
सकते ? (8)

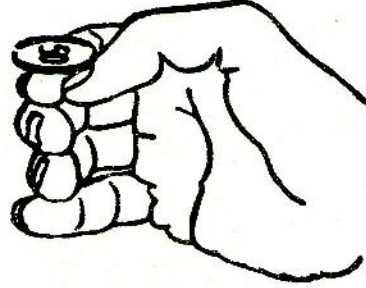
क्या तुम चंगा (चियों का खेल) खेलते हुए किसी एक चाल में पक्का  
कह सकते हो कि उस चाल में तुम्हें क्या मिलेगा ? (9)

क्या तुम अभ्यास करके इतना कुशल बन सकते हो कि चियों या  
कौड़ियों के खेल में हर चाल में तुम्हारे मनचाहे अंक आयें ? (10)

रेलगाड़ी को पकड़ने या चूकने, भटे में फल लगने या न लगने, और  
चियों—कौड़ियों के खेलों में हारने या जीतने जैसी घटनाओं को समझने



के लिए आओ, हम कुछ खेल खेलें और प्रयोग करें।



चित्र-1

चित-पट

एक सिक्का लो और उसे ऐसे उछालो कि वह तेजी से चक्कर खाता हुआ जमीन पर गिरे (चित्र-1)। अगर गिरने पर अशोक स्तम्भ ऊपर हो तो उसे चित और अगर अंक वाली सतह ऊपर हो तो उसे पट मानो।

चित-पट की  
दौड़-एक खेल

खेल की तैयारी

इस खेल को सब विद्यार्थी एक साथ खेलेंगे। इस खेल में कम-से-कम 20 विद्यार्थी जरूर हों। यदि तुम्हारी कक्षा में 20 से कम विद्यार्थी हों, तो छठवीं व सातवीं कक्षा के विद्यार्थियों को भी मिला लो। याद रखो कि उन्हें खेल व व्यक्तिगत चार्ट बनाना सभझाना पड़ेगा। खेल की तैयारी के लिए तुम सब मिलकर खुले मैदान में जमीन पर एक-एक कदम की दूरी पर पन्द्रह समान्तर लाइनें खींच लो। हर लाइन इतनी लम्बी खींचो कि उस पर सब विद्यार्थी थोड़ी-थोड़ी दूरी पर एक साथ खड़े हो सकें। बीच वाली लाइन को '0-लाइन' (शून्य लाइन) नाम दो। '0-लाइन' की एक तरफ की लाइनों को क्रमवार 'आगे-1', 'आगे-2', 'आगे-3'..... और दूसरी तरफ की लाइनों को क्रमवार 'पीछे-1', 'पीछे-2', 'पीछे-3'..... इत्यादि नाम दो। इस खेल में अपने अध्यापक/अध्यापिका को रेफरी बनाओ।

**खेल खेलने का ढंग**

शुरू में सब विद्यार्थी '0-लाइन' पर 'आगे-1' लाइन की ओर मुँह करके बैठ जायें। सब विद्यार्थियों के हाथ में एक-एक सिक्का हो। रेफरी के सीटी बजाने पर सब विद्यार्थी अपना-अपना सिक्का उछालें और देखें कि चित आया है या पट। जिनका चित आये वे एक कदम आगे 'आगे-1' लाइन पर और जिनका पट आये वे एक कदम पीछे 'पीछे-1' लाइन पर जाकर बैठ जायें। यह पहली चाल होगी। अगली चालों में भी जब चित आये तो जिस लाइन पर खड़े हो उससे एक कदम आगे बढ़ो और जब पट आये तो एक कदम पीछे हटो। रेफरी के दूसरी बार सीटी बजाने पर सब अपनी जगह पर बैठे-बैठेफिर से सिक्का उछालें। चित या पट आने के अनुसार हर विद्यार्थी क्रमशः एक लाइन आगे बढ़ जाये या एक लाइन पीछे हट जाये। यह दूसरी चाल होगी।

हर बार रेफरी के सीटी बजाने पर सब विद्यार्थी एक-साथ अपना-अपना सिक्का उछालें और अगली चाल चलें।

'आगे-7' या 'पीछे-7' लाइन पर सबसे पहले पहुँचने वाला विद्यार्थी यह दौड़ जीत जायेगा और तभी दौड़ समाप्त हो जायेगी।

**खेल का विवरण**

इस खेल का विवरण दो तरह से रखा जायेगा।

1. **व्यक्तिगत चार्ट**— हर विद्यार्थी अपनी-अपनी चाल का विवरण किट कापी में दिये 'चित-पट दौड़ चार्ट' पर दिखाये। चार्ट भरने का तरीका एक उदाहरण के द्वारा नीचे समझाया गया है।

खेल शुरू करने से पहले एक विद्यार्थी ने अपनी स्थिति दिखाने के लिए '0-लाइन' की आड़ी रेखा और, शुरू में 'पीछे-1' की खड़ी रेखा के कटान बिन्दु पर एक मोटा बिन्दु लगा लिया। अब मान लो कि इस विद्यार्थी की चालों में क्रमशः चित, चित, पट, चित, पट, पट, पट, पट आये। हर चाल के बाद वह जिस लाइन पर पहुँचा, उस लाइन की आड़ी रेखा व चाल क्रमांक की खड़ी रेखा के कटान बिन्दु पर उसने एक-एक मोटा बिन्दु लगाया (चित्र-2)।

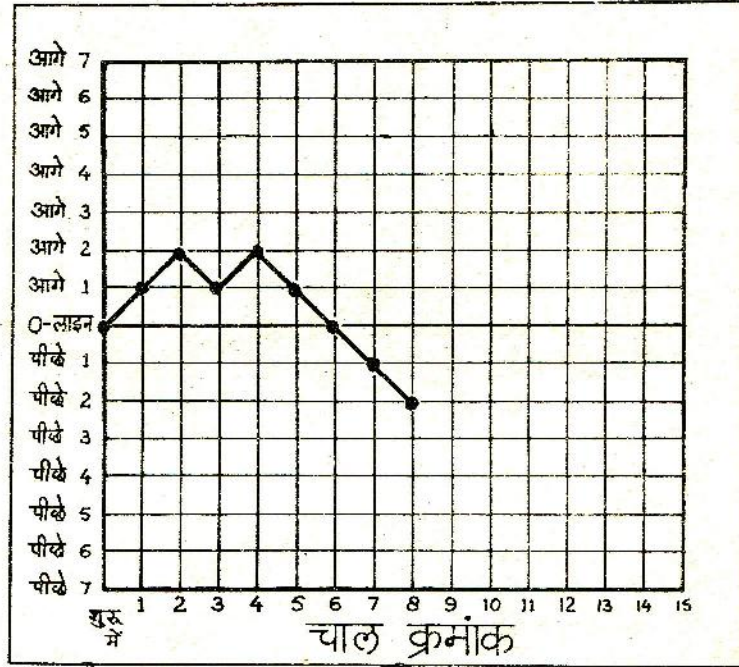
खेल खत्म होने पर उसने सब बिन्दुओं को सरल रेखाओं से क्रमवार जोड़ दिया।

तुम्हें भी अपनी चालों का विवरण अपने 'चित-पट दौड़



चार्ट, पर ऐसे ही बनाना होगा।

चालों का विवरण दिखाने के लिए खेल खेलते समय अपनी किट कापी हाथ में रखो और हर चाल के बाद चार्ट पर अपनी स्थिति का बिन्दु लगाते जाओ।



चित्र-2

2. सामूहिक तालिका— खेल का सामूहिक विवरण तुम्हारे अध्यापक/अध्यापिका (खेल के रेफरी) द्वारा रखा जायेगा। सामूहिक विवरण लिखने का तरीका तालिका-1 में दिखाया गया है। इस सामूहिक तालिका में किसी एक खेल की अलग-अलग चालों के बाद विद्यार्थियों की संख्या का विवरण उदाहरण के लिए दिखाया गया है। तुम्हारे खेल का विवरण इस उदाहरण से भिन्न होगा।

खेल शुरू करने से पहले रेफरी एक ऐसी ही खाली तालिका श्यामपट

पर बना लें। 'शुरूमें' की स्थिति दिखाने के लिये इस तालिका में '0-लाइन' पर खड़े हुए विद्यार्थियों की संख्या भर दें। अब हर चाल के बाद हर लाइन पर रेफरी विद्यार्थी की संख्या गिनकर तालिका में लिखते जाएँ। ऐसा खेल के अन्त तक करें।

चाल	लाइन पर खिताड़ी संख्या														
	पीछे							0 लाइन	आगे						
	7	6	5	4	3	2	1		1	2	3	4	5	6	7
शुरू में								26							
पहली							12	-	14						
दूसरी						10	-	9	-	7					
तीसरी					5	-	6	-	9	-	4				
चौथी				4	-	6	-	7	-	6	-	3			
पाँचवी			3	-	5	-	2	-	12	-	3	-	1		
छठी		1	-	4	-	4	-	6	-	5	-	3	-	1	
सातवी	1	-	3	-	4	-	6	-	1	-	7	-	2	-	-
आठवी															
नौवी															
दसवी															
ग्यारहवी															

तालिका-1

अब ऊपर लिखे तरीके से खेल खेलकर अपने व्यक्तिगत चार्ट बनाओ।

खेल पर चर्चा

खेल में कौन जीता ? (11)

खेल की सामूहिक तालिका श्यामपट पर से अपनी किट कापी में दिए हुए चौखाने वाले एक कागज पर उतार लो। (12)

अपना व्यक्तिगत चार्ट देखकर बताओ कि खेल में क्या तुम्हारे आगे-पीछे जाने का कोई निश्चित क्रम था ? (13)

सब विद्यार्थी अपना-अपना व्यक्तिगत चार्ट कक्षा की दीवार पर चिपका दें। तुम सबके व्यक्तिगत चार्टों को गौर से देखो।



क्या सब की चाल में आगे—पीछे जाने का कोई निश्चित क्रम था ? (14)  
ऐसी चाल को तुम क्या नाम दोगे ? (15)

रंगान पेंसिल या लाल स्याही की मदद से अपने व्यक्तिगत चार्ट में दिखाओ कि,

अगर सिद्धका उछालने पर हर चाल में केवल चित ही आयें तो व्यक्तिगत चार्ट कैसा दिखेगा ? (16)

यदि हर चित के बाद पट और हर पट के बाद चित आता तो तुम्हारा व्यक्तिगत चार्ट कैसा बनता ? (17)

**हो सकता है कि किसी कक्षा में एकाध विद्यार्थी का लगातार केवल चित ही चित या लगातार पट ही पट आये या चित—पट आने का कोई और निश्चित क्रम हो।**

ऐसी स्थिति में तुम चित—पट आने के क्रम के बारे में किस आधार पर निष्कर्ष निकालोगे ? एकाध विद्यार्थी के अलग ढंग के परिणामों के आधार पर या अधिकांश विद्यार्थियों के परिणामों के आधार पर ? कारण सहित समझाओ। (18)

सामूहिक तालिका की मदद से हर चाल के बाद विभिन्न लाइनों पर विद्यार्थियों की संख्या के अलग—अलग स्तम्भालेख बनाओ। (19)

**इन स्तम्भालेखों को अपने सामने क्रमवार रखो।**

खेल के शुरू में सब विद्यार्थी किस लाइन पर थे ? (20)

जैसे—जैसे खेल में चालें चली गईं, वैसे—वैसे लाइनों पर विद्यार्थी किस प्रकार बँटते गये ? (21)

**खेल खत्म होने पर सामूहिक तालिका में आखिरी चाल में असग—अलग लाइनों पर विद्यार्थियों की संख्या देखो।**

क्या अधिकतर विद्यार्थी '0—लाइन' के आस—पास की लाइनों पर थे या '0—लाइन' से दूर वाली लाइनों पर ? (22)

प्रयोग 1

सिक्के की जगह गुटके

इस प्रयोग में चित-पट की दौड़ का खेल तुम सबको कक्षा में बैठकर ही खेलना है। अब तुम सिक्के की जगह किट में दिये हुए 1 से.मी.<sup>3</sup> वाले प्लास्टिक के गुटके का उपयोग करोगे। अपने गुटके की किन्हीं तीन सतहों पर एक-एक बिन्दु लगाकर निशान लगा लो। यदि इसके लिए रंग न मिले तो पतले कागज के छोटे-छोटे बिन्दु काटकर चिपका लो। हर चाल में तुम्हें गुटके को फेंक कर लुढ़काना होगा। गुटके के रुकने पर बिन्दु वाली सतह ऊपर आने पर चित और खाली सतह ऊपर आने पर पट मानो।

अपनी किट कापी में से चित-पट की दौड़ का एक और चार्ट निकाल लो। यह मानकर चलो कि प्रयोग के शुरू में तुम '0-लाइन' पर हो। प्रयोग के 'शुरू में' की अपनी स्थिति चार्ट पर बिन्दु लगाकर दिखाओ - ठीक उसी तरह जैसे तुमने चित-पट की दौड़ में दिखाई थी। अपने अध्यापक/अध्यापिका(रेफरी) के इशारा करने पर गुटका लुढ़काकर पहली चाल चलो। अब की बार तुम्हें खुद नहीं हिलना होगा। केवल चित या पट के अनुसार व्यक्तिगत चार्ट में ही अपने बिन्दु को '0-लाइन' के आगे या पीछे बढ़ाओ। इस प्रकार रेफरी के इशारा करने पर अगली चालें चलो और अपनी चाल का विवरण चार्ट में दिखाते जाओ। जैसे ही तुम्हारा बिन्दु 'आगे-7' या 'पीछे-7' रेखा पर पहुँचे वैसे ही खड़े होकर कक्षा को सूचित करो। पिछले खेल की तरह किसी एक विद्यार्थी के बिन्दु के 'आगे-7' या 'पीछे-7' रेखा पर पहुँचते ही प्रयोग समाप्त ही जायेगा।

खेल की तरह इस प्रयोग में भी रेफरी श्यामपट पर सामूहिक तालिका बनायेंगे। इसके लिए हर चाल के बाद रेफरी हर लाइन पर पहुँचे विद्यार्थियों की संख्या की जानकारी बारी-बारी से लाइनवार, हाथ खड़ा करवा कर लेंगे।

जो विद्यार्थी चित-पट की दौड़ में जीता था क्या वही विद्यार्थी इस प्रयोग में भी जीता ? (23)

प्रयोग के अन्त में सामूहिक तालिका भी सब विद्यार्थी अपनी किट कापी में दिये हुए चौखाने वाले कागज पर उतार लें। (24)

हर चाल के बाद की स्थिति का अलग-अलग स्तम्भालेख भी बनाओ। (25)



इस प्रयोग के अपने-अपने व्यक्तिगत चार्ट भी सब विद्यार्थी कक्षा की दीवार पर लगाएँ।

इस प्रयोग के व्यक्तिगत चार्टों व स्तम्भालेखों पर गौर करो और प्रश्न (13), (14), (15), (20), (21) व (22) के इस प्रयोग के आधार पर उत्तर दो। (26-31)।

क्या सिक्के की जगह तीन बिन्दु वाले गुटके का उपयोग करने से चित-पट की दौड़ में कोई अन्तर आया? क्या सिक्के की जगह गुटके का उपयोग ठीक है? (32)

क्या तुम इस खेल के शुरू में बता सकते थे कि कौन जीतेगा? (33)

क्या तुम चियों-कौड़ियों के खेलों में यह भविष्यवाणी कर सकते हो? (34)

चित-पट की दौड़ और चियों-कौड़ियों के खेल में हारने-जीतने की भविष्यवाणी करना क्यों सम्भव नहीं है? समझाकर लिखो। (35)

दिमागी कसरत

चित-पट की दौड़ में क्या तुम सभी विद्यार्थी एक साथ जीत सकते हो? कारण सहित उत्तर दो। (36)

यदि एक विद्यार्थी के सातवीं लाइन पर पहुँचने पर खेल खत्म नहीं किया जाये और चालें चलते रहें तो क्या होगा? सोचकर बताओ। (37)

चित ज्यादा कि पट

खेल और प्रयोग 1 के अन्त में कौन खिलाड़ी किस लाइन पर पहुँचेगा यह इस पर निर्भर करता है कि उसके चित अधिक आये हैं या पट। जो खिलाड़ी '0-लाइन' पर होंगे उनके चितों और पटों की संख्या बराबर आयी होगी। 'आगे-2' लाइन पर बैठे खिलाड़ियों के 2 चित अधिक आये होंगे और 'पीछे-2' लाइन पर बैठे खिलाड़ियों के 2 पट अधिक आये होंगे। जिसके जितने अधिक चित आयेंगे वह '0-लाइन' के उतने ही आगे होगा। जिसके जितने अधिक पट आयेंगे वह '0-लाइन' के उतने ही पीछे होगा।

अपने खेल व प्रयोग 1 की अन्तिम चाल के स्तम्भालेख व प्रश्न (22) और प्रश्न (31) के उत्तर देखो। अब नीचे लिखे प्रश्न का उत्तर दो।

अन्तिम चाल के बाद अधिकांश खिलाड़ियों के चितों और पटों की संख्या में कितना अन्तर है? (38)

अब बाकी चालों के स्तम्भालेख बारी-बारी से देखो ।

इन स्तम्भालेखों के आधार पर भी प्रश्न (38) का उत्तर दो । (39)

दो मुख्य सवाल

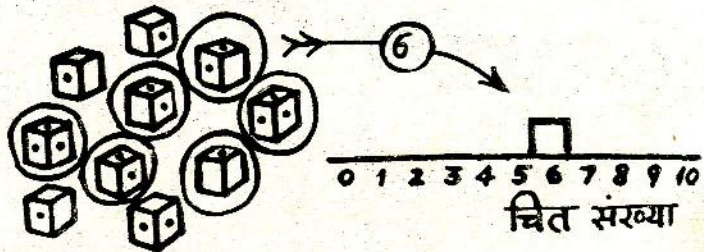
इस खेल और प्रयोग के बाद तुम्हारे सामने निम्नलिखित मुख्य सवाल हैं—  
क्या हर चित के बाद पट व हर पट के बाद चित आया है ?  
यदि नहीं तो,  
क्या चित व पट बराबर संख्या में आते हैं ? यदि यह भी नहीं  
होता, तो क्या होता है ?

इन सवालों का शायद थोड़ा बहुत उत्तर तुम्हें खेल व प्रयोग से मिला  
होगा । इन उत्तरों की पुष्टि तभी होगी जब चित-पट के प्रयोग कई  
बार दोहराए जायेंगे ।

ज्यादा चालों वाले प्रयोग जल्दी करने के लिए हम आगे के प्रयोगों में  
एक की बजाय दस गुटके एक साथ लुढ़कायेंगे ।

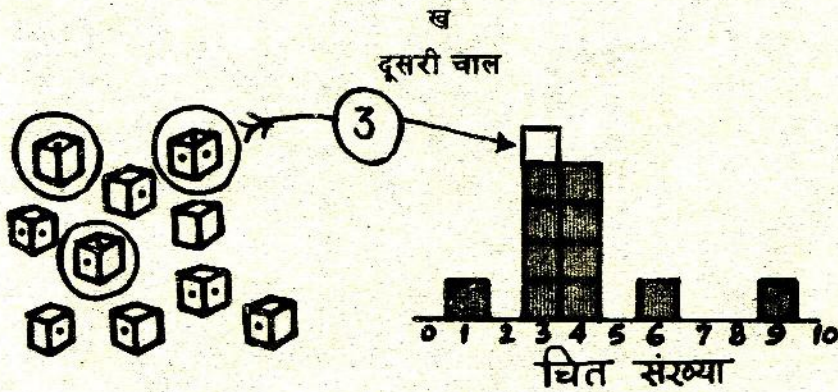
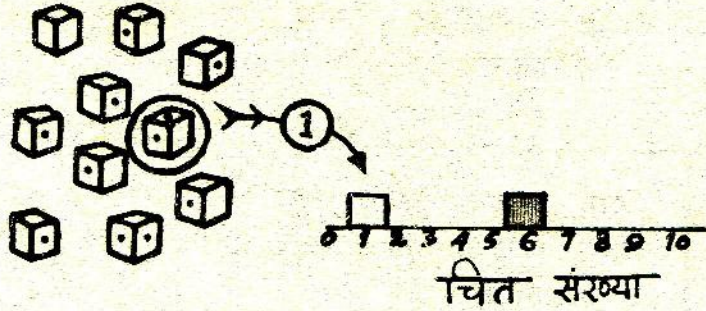
प्रयोग 2  
बहुत सारी चालों  
का स्तम्भालेख

कक्षा के सभी विद्यार्थी दो-दो के गुटों में बँट जायें । इस प्रयोग को  
गुटवार किया जायेगा । प्रयोग के लिये प्लास्टिक के दस गुटकों की तीन-  
तीन सतहों पर प्रयोग । की तरह बिन्दु लगा लो । प्रयोग में एक चाल  
में दस गुटके एक साथ लुढ़काए जायेंगे । इस प्रयोग में ऐसी एक सौ  
चालें होंगी । हर चाल में जितने गुटकों पर चित आये उस संख्या का  
स्तम्भालेख बनाना है । इस स्तम्भालेख में आड़ी रेखा पर चित संख्या  
और खड़ी रेखा पर चालों की संख्या दिखाई जायेगी । ऐसा स्तम्भालेख  
बनाने का तरीका नीचे चित्र-3 में समझाया गया है ।



क  
पहली चाल





ग

उसी क्रम की बारहवीं चाल

गुटकों की चालों का स्तम्भालेख

चित्र-3

ऊपर बताये गये तरीके से दस गुटकों के समूह की 100 चालों के परिणामों का स्तम्भालेख तैयार करो। (40)

क्या हर चाल में चित व पट की संख्या बराबर है? (41)

यदि हर चाल में चित व पट की संख्या बराबर होती; तो तुम्हारा स्तम्भालेख कैसा बनता? (42)

तुम्हारे स्तम्भालेख का बहुसम्मत मान क्या है? (43)

सब विद्यार्थी इस प्रयोग के अपने-अपने स्तम्भालेख दीवार पर चिपका लें। इन सब स्तम्भालेखों को गौर से देखो।

अपने स्तम्भालेख केवल चारों कोनों पर गोंद लगाकर चिपकाओ जिससे कि वे आसानी से उतारे जा सकें। इनको बाद में अपनी कापी में चिपकाना है।

क्या सभी गुटों के स्तम्भालेख एक से हैं? (44)

क्या सभी गुटों के बहुसम्मत मान बराबर हैं? (45)

अलग-अलग बहुसम्मत मान वाले गुटों की संख्या गिनो और नीचे जैसी तालिका (तालिका-2) अपनी कापी में बनाकर भरो। (46)

स्तम्भालेख का बहुसम्मत मान	गुटों की संख्या
0	
1	
2	
3	
4	
5	
.	
.	
.	
10	



तुम्हारी कक्षा में कौन-कौन से बहुसम्मत मान अधिक बार आये हैं ? (47)

तालिका-2 में कौन-कौन से बहुसम्मत मान हैं जो एक भी गुट के नहीं हैं ? (48)

प्रयोग 3  
सामूहिक स्तम्भालेख

इस प्रयोग में प्रयोग 2 के सब गुटों के आँकड़ों को मिलाकर एक सामूहिक स्तम्भालेख बनाना है।

तालिका-3 जैसी तालिका अपनी कक्षा में बनाओ। सब स्तम्भालेख बारी-बारी से देखो।

इस तालिका में चारों की संख्या भरकर यह दिखाओ कि अलग-अलग चित संख्या कितनी चारों में आयी। तालिका की अन्तिम लाइन में सबके आँकड़ों का योग भरना होगा। (49)

तालिका-3 में उदाहरण के लिए कुछ आँकड़े भर दिये गये हैं। तुम्हारे आँकड़े इनसे भिन्न होंगे।

विद्यार्थियों के नाम	बालों की संख्या जिनमें चित संख्या है										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
रामलाल और बालकृष्ण	10	0	10	5	15	20	10	0	25	5	0
वाबूलाल और सतानन्द	0	5	5	10	25	20	10	10	10	5	0
गुड्डी और शशिकला											
योग											

तालिका-3

तालिका-3 की अन्तिम लाइन में योग के आँकड़ों को देखो। ध्यान रखो कि ये संख्याएँ बड़ी-बड़ी होंगी। इसलिए सामूहिक स्तम्भालेख बनाने के लिए तुम्हें उचित पैमाना चुनना होगा।

अपनी किट कापी में से चौखाने वाला कागज निकाल लो और उस पर योग के आँकड़ों के आधार पर एक सामूहिक स्तम्भालेख बनाओ। (50)

इस स्तम्भालेख का बहुसम्मत मान क्या है? (51)



सामूहिक स्तम्भालेख में किन-किन चित संस्थाओं के स्तम्भ ज्यादा ऊँचे हैं और किन-किन के कम ? (52)

सामूहिक स्तम्भालेख की ढलान कहाँ-कहाँ अधिक है ? (53)

**सब गुटों के अलग-अलग स्तम्भालेखों की सामूहिक स्तम्भालेख से तुलना करो और नीचे लिखे प्रश्नों के आधार पर उनके बीच समानताएँ और असमानताएँ ढूँढो।**

कितने गुटों के बहुसम्मत मान इस सामूहिक स्तम्भालेख के बहुसम्मत मान से मिलते हैं ? (54)

कितने गुटों के बहुसम्मत मान सामूहिक स्तम्भालेख के बहुसम्मत मान से एक अधिक या एक कम हैं ? (55)

कितने गुटों के बहुसम्मत मान और सामूहिक स्तम्भालेख के बहुसम्मत मान में एक से अधिक का अन्तर है ? (56)

क्या अधिकतर गुटों के स्तम्भालेखों में उन्हीं चित संस्थाओं के स्तम्भ ज्यादा ऊँचे हैं जो तुमने सामूहिक स्तम्भालेखों में भी ज्यादा ऊँचे पाये थे ? (57)

क्या अधिकतर विद्यार्थियों के स्तम्भालेखों की ढलान उन्हीं स्थानों पर अधिक है जहाँ-जहाँ तुमने सामूहिक स्तम्भालेख की ढलान अधिक पायी थी ? (58)

चित या पट आने को लेकर जो दो मुख्य सवाल उठाए गए थे उनके उत्तरों के बारे में बहुत सारी चालों के स्तम्भालेख बनाकर तुम्हारी क्या राय बनी है ? अपने अध्यापक/अध्यापिका से चर्चा करके लिखो। (59)

यदि तुम एक सौ से अधिक चालें चलो, तो क्या तुम्हारा बहुसम्मत मान बदल कर,

(क) स्तम्भालेख के दाये किनारे, यानि 7 से 10 के बीच, पहुँच सकता है ? या

(ख) स्तम्भालेख के बायें किनारे, यानि 0 से 3 के बीच, पहुँच सकता है ?

तर्क सहित उत्तर दो। (60)

इस प्रयोग के बाद यदि तुमसे कहा जाये कि ऐसी ही 100—200 चालें और चलो, तो क्या तुम पहले से ही बता पाओगे कि इन चालों का बहुसम्मत मान क्या होगा या किन—किन चित संख्याओं के बीच में होगा ? समझाकर लिखो । (61)

इतने प्रयोग, इतने अनुभव और सैकड़ों चालें चलने के बाद भी यदि अगली चाल चलने से पहले तुमसे पूछा जाये कि इस चाल में चित संख्या क्या होगी, तो क्या तुम इसकी पक्की भविष्यवाणी कर सकते हो ? कारण सहित समझाओ । (62)

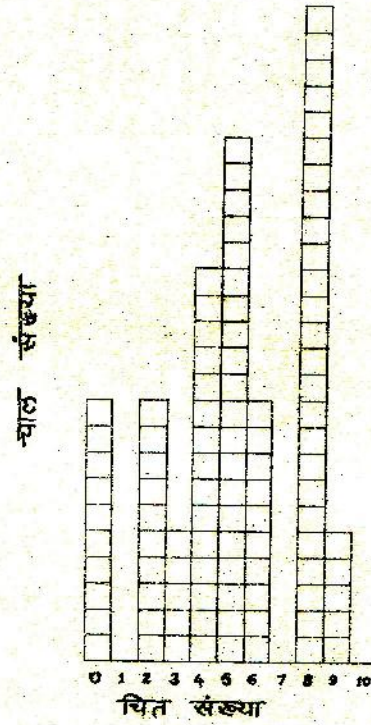
प्रश्न (62) के उत्तर की तुलना प्रश्न (3) और (9) के उत्तरों से करो । इन तीनों प्रश्नों के उत्तरों में क्या समानता मिली ? (63)

### स्तम्भालेख से औसत निकालो

तुमने छठी कक्षा में 'घट—बढ़ और सन्निकटन' अध्याय में औसत निकालना सीखा था । अब हम स्तम्भालेख से औसत निकालने का तरीका सीखेंगे । स्तम्भालेख से औसत निकालने के लिये उसके हर स्तम्भ की चित संख्या को उसी स्तम्भ के खानों की संख्या से गुणा करना होगा और फिर सब स्तम्भों के इस गुणनफल को जोड़ना होगा । इस योग को कुल चालों की संख्या, यानि 100, से भाग देने पर औसत चित संख्या प्रति चाल निकलेगी ।

उदाहरण के लिए रामलाल और बालकृष्ण का स्तम्भालेख चित्र—4 में दिखाया गया है ।





चित्र-4

इस स्तम्भालेख की औसत नीचे दिये गये तरीके से निकाल सकते हैं :-

$$\begin{aligned}
 \text{योग} &= (0 \times 10) + (1 \times 10) + (2 \times 10) + (3 \times 15) + (4 \times 20) \\
 &\quad + (5 \times 25) + (6 \times 20) + (7 \times 10) \\
 &\quad + (8 \times 25) + (9 \times 10) + (10 \times 10) \\
 &= 500
 \end{aligned}$$

$$\text{औसत चिंत संख्या प्रति चाल} = \frac{500}{100} = 5.0$$

अब अपने स्तम्भालेख की औसत निकालो। (64)

सामूहिक स्तम्भालेख की भी औसत निकालो। (65)

(ध्यान रहे कि सामूहिक स्तम्भालेख की कुल चालें 100 नहीं हैं।)

यदि 10 गुटकों की 1000 चालें चली जायें तो कुल मिलाकर लगभग कितने चित आयेंगे ? अपने सामूहिक स्तम्भालेख की औसत के आधार पर बताओ। (66)

प्रयोग 4  
सम्भाविता क्या है ?

शिक्षक के लिये

यह प्रयोग पूरी कक्षा को चार टोलियों में बाँटकर करवायें। ऊपर के प्रयोग 2 में 10 गुटकों के समूह की 100 चालें चली गयी थीं। इस प्रयोग में क्रमशः 20, 30, 40 व 50 गुटकों के समूहों की 100-100 चालें चली जायेंगी। कक्षा की चार टोलियों में से एक टोली 20 गुटकों से, दूसरी टोली 30 गुटकों से, तीसरी टोली 40 गुटकों से और चौथी टोली 50 गुटकों से 100-100 चालें चलकर यह प्रयोग करें। प्रयोग 2 की तरह प्रत्येक टोली से उसकी चालों का स्तम्भालेख भी बनवायें। चारों टोलियाँ अपने-अपने स्तम्भालेख की औसत निकालकर श्यामपट पर लिखें। अब नीचे लिखे प्रश्नों के आधार पर सामूहिक चर्चा करवायें।

अलग-अलग टोलियों की औसत चित संख्या प्रति चाल और गुटकों की संख्या का ग्राफ बनाओ। इस ग्राफ में 10 गुटकों की औसत चित संख्या प्रति चाल वाला अपना परिणाम भी शामिल कर लो। (67)  
(ग्राफ बनाने से पहले आपस में चर्चा करके यह तय कर लो कि इन दोनों राशियों में से किसे क्ष अक्ष पर और किसे य अक्ष पर रखोगे।)

क्या गुटकों की संख्या व औसत चित संख्या प्रति चाल में कोई सीधा सम्बन्ध दिखाई देता है ? (68)

हर स्तम्भालेख की औसत को उस प्रयोग में उपयोग किये गये गुटकों

की संख्या से भाग देकर  $\frac{\text{औसत चित संख्या}}{\text{गुटका}}$  (औसत चित संख्या प्रति गुटका) निकालो। (69)

क्या यह संख्या गुटकों की संख्या घटाने-बढ़ाने से घटती-बढ़ती है ? (70)



इस औसत चित संख्या प्रति गुटका को एक गुटका लुढ़काने पर चित आने की सम्भाविता कहते हैं। यानि, एक गुटका लुढ़काने पर हम चित आने की कितनी उम्मीद कर सकते हैं - पूरी, आधी, एक-चौथाई या कुछ और।

संयोग क्या है ?

प्रयोग 2 में तुमने 10 गुटकों को 100 बार लुढ़काया था।

10 गुटके की 100 चालें एक गुटके की कितनी चालों के बराबर हैं ? (71)

प्रयोग 3 की अपनी सामूहिक तालिका को देखकर बताओ कि तुम्हारी कक्षा की सब चालों का योग एक गुटके की कितनी चालों के बराबर है ? (72)

इतनी बार लुढ़काने पर तुम्हारी कक्षा के प्रयोग में कुल मिलाकर चित लगभग कितनी बार आया :-


हर बार ?

तीन-चौथाई बार ?

आधी बार ?

एक चौथाई बार ?

बहुत कम बार ?

(73)

बहुत बार गुटका लुढ़काने पर लगभग कितने चित आयेंगे, इसका तुम अन्दाज लगा सकते हो। एक बार गुटका लुढ़काने पर चित आने की सम्भाविता भी तुमने निकाली है। परन्तु फिर भी यदि तुम एक गुटका लुढ़काओ या एक सिक्का उछालो तो क्या तुम यह पक्का कह सकते हो कि आयेगा या पट ?

एक बार गुटका लुढ़काने या एक बार सिक्का उछालने पर चित या पट कुछ भी आ सकता है, परन्तु जो भी आयेगा वह संयोग की बात होगी।

सम्भाविता जानते हुए भी हम किसी एक चाल के परिणाम की भविष्यवाणी संयोग के कारण नहीं कर सकते, हालांकि बहुत सारी चालों में लगभग कुल चित संख्या की भविष्यवाणी सम्भाविता के आधार पर की जा सकती है।

इस अध्याय के शुरू में भटे की एक खास किस्म का उदाहरण लिया गया था जिसमें औसतन 8 भटे लगते हैं, यानि एक पौधे में 8 भटे लगने की सम्भावितता अधिक है।

इस जानकारी के बावजूद भी तुम पक्का क्यों नहीं बता सकते हो कि किसी एक पौधे में 8 भटे लगेंगे या उससे कम या अधिक? (74)

इसी तरह यह जानते हुए कि इलाहाबाद-इटारसी पैसेन्जर के बनखेड़ी स्टेशन पर लेट आने की सम्भावितता बहुत अधिक है, तुम यह पक्का क्यों नहीं कह सकते कि यह गाड़ी कल लेट आयेगी या समय पर आयेगी? (75)

चंगा खेलते हुए हर चाल में तुम पक्का-पक्का क्यों नहीं कह सकते कि अगली चाल में क्या अक आयेगा? (76)

**एक अभ्यास**

एक किसान के पास धान का कई साल पुराना बीज पड़ा था। उसने यह निर्णय किया कि इस बीज से बोआई करने के पहले वह उसको परखेगा। उसने अलग-अलग संख्या में बीज बोकर पता किया कि कितने प्रतिशत बीज अंकुरित होते हैं। उसने ऐसे कुल मिलाकर 5 प्रयोग किये जिनके परिणाम तालिका-4 में लिखे हैं।

प्रयोग क्रमांक	बोये हुए बीजों की संख्या/मात्रा	अंकुरित बीजों की संख्या/मात्रा
1	1	0
2	10	10
3	100	40
4	1000	650
5	1/2किलो	लगभग दो-तिहाई

तालिका-4

तुम्हारे विचार में यह किसान अपने बीज के अंकुरण का प्रतिशत क्या माने? तर्क सहित समझाओ। (77)



किसान के प्रयोग क्रमांक 1 व 2 के आधार पर बीजों के अकुरण के बारे में तुम क्या यह कह सकते हो ? (78)

किसान के पहले दो प्रयोगों (क्रमांक 1 व 2) और अन्तिम दो प्रयोगों (क्रमांक 4 व 5) के परिणामों में इतना अन्तर क्यों आया होगा ? इस अध्याय में तुमने जो कुछ सीखा है उसके आधार पर क्या तुम इस अन्तर का कोई कारण बता सकते हो ? (79)

### प्रयोग 5

बिन्दुओं की संख्या  
और सम्भाविता

शिक्षक के लिये

प्रयोग 4 की तरह इस प्रयोग के लिये भी पूरी कक्षा को चार टोलियों में बाँट दें। इस प्रयोग में प्रत्येक टोली में विद्यार्थी 10 गुटकों के समूह की 100-100 चालें चलेगें। परन्तु यहाँ पर एक अन्तर है - पहली टोली से ऐसे गुटके तैयार करवायें जिनकी केवल एक सतह पर सफेद बिन्दु हो।

इस टोली के विद्यार्थियों से दो-दो के गुट में एक सतह पर बिन्दु वाले गुटकों से प्रयोग 2 दोहरवायें। प्रत्येक गुट अपना-अपना स्तम्भालेख तैयार करे।

इसी प्रकार दूसरी, तीसरी व चौथी टोलियों से क्रमशः दो, तीन व चार सतहों पर बिन्दु वाले गुटके तैयार करवायें और ऊपर की तरह प्रयोग 2 दोहरवायें।

प्रत्येक टोली अपने सभी गुटों के आँकड़े तालिका-3 जैसी तालिका बनाकर उसमें भर लें। इन आँकड़ों को जोड़कर योग के आँकड़ों के आधार पर प्रत्येक टोली अपना-अपना सामूहिक स्तम्भालेख तैयार करे और दीवार पर चिपका दे। (80)

प्रत्येक टोली सामूहिक स्तम्भालेख से औसत चित संख्या प्रति चाल निकाले। (81)

सभी टोलियों के आँकड़ों को देखकर बताओ कि औसत चित संख्या और गुटकों पर लगे सफेद बिन्दुओं की संख्या में क्या सम्बन्ध है ? (82)

हर टोली अपनी औसत चित संख्या से अपने एक गुटके के लुढ़काने पर चित आने की सम्भाविता निकाले। (83)

सब विद्यार्थी नीचे जैसी तालिका (तालिका-5) अपनी कापी में बनायें और उसे भरें। उसके दूसरे स्तम्भ को अन्य टोलियों से आँकड़े लेकर भरें। (84)

बिन्दु लगी सतहों की संख्या	चित आने की सम्भाविता	6 X चित आने की सम्भाविता
1		
2		
3		
4		

तालिका-5

पहले और तीसरे स्तम्भों की संख्याओं की तुलना करो।

इन दोनों स्तम्भों के अंकों में तुम्हें क्या समानता दिख रही है ? (85)

यदि तुम्हें एक ऐसा गुटका दिया जाये जिसको पाँच सतहों पर सफेद बिन्दु लगे हों, तो ऐसे गुटके की चित आने की सम्भाविता उपरोक्त तालिका के आधार पर कैसे निकालोगे ? (86)

इस प्रकार चित आने की सम्भाविता क्या निकली ? (87)

यदि तुम्हारे छह सतह वाले गुटके की किसी भी सतह पर बिन्दु न लगा हो, तो चित आने की सम्भाविता क्या होगी ? (88)

यदि तुम्हारे गुटके की सब सतहों पर बिन्दु लगे हों, तो चित आने की सम्भाविता क्या होगी ? (89)

गुटके की बिन्दु वाली सतहों की संख्या व चित आने की सम्भाविता का ग्राफ बनाओ। (90)

यदि किसी 8 सतहों वाले गुटके की 3 सतहों पर सफेद बिन्दु लगे हों, तो ऐसे गुटके में चित आने की सम्भाविता क्या होगी ? तुमने यह कैसे निकाला ? (91)



सम्भाविता पर  
अभ्यास

तालिका - 4 को एक बार फिर देखो और बताओ कि किसान को किसी एक बीज के उगने की कितनी उम्मीद रखनी चाहिये। (92)  
ताश की गड्डी में से यदि तुम्हें आँख मूँद कर पान का इक्का निकालने को कहा जाये, तो इसको निकालने की सम्भाविता क्या होगी ? (93)  
यदि इसी गड्डी में से तुम्हें पान के इक्के की जगह ईंट का चौक्का निकालने को कहा जाये तो इसको निकालने की सम्भाविता क्या पान के इक्के को निकालने की सम्भाविता से भिन्न होगी ? कारण सहित उत्तर दो। (94)

यदि एक सिक्का उछालें तो चित आने की सम्भाविता क्या होगी ? (95)  
और पट आने की कितनी होगी। (96)

तुमने प्रयोग 5 में दो सतहों पर बिन्दु लगे गुटकों का उपयोग किया था। क्या तुम इन गुटकों की पट (यानी खाली सतह ऊपर) आने की सम्भावना बता सकते हो ? (97)

क्या सम्भाविता  
निकालना हमेशा  
इतना आसान  
होता है ?

बरसात के दिन थे। काले बादल छाये हुए थे। लोगों की राय थी कि उस दिन मूसलाधार बारिश होगी। हर व्यक्ति यही सोच रहा था कि बारिश आने की पूरी उम्मीद है। परन्तु एकाएक तेज हवा चलने लगी, आँधी आयी और बादल छट गये। उस दिन पानी की एक बूँद भी नहीं पड़ी।

पानी नहीं गिरा, तो क्या इसका यह मतलब नहीं कि पानी नहीं गिरने की भी थोड़ी-बहुत सम्भाविता थी ? (98)

क्या पानी नहीं बरसने की इस थोड़ी-सी सम्भाविता का अंकों में अनुमान उसी सरलता से लगाया जा सकता है जिस सरलता से सिक्का उछालने पर चित-पट आने की सम्भाविता निकाली जाती है ? (99)  
पानी बरसने की सम्भाविता का हिसाब लगाने में इतनी दिक्कत क्यों आती है ? (100)

तुम्हारे आस-पास रोजाना कई ऐसी घटनाएँ घटती हैं जिनके घटने या न घटने की सम्भाविता का हिसाब लगाना हमेशा सम्भव नहीं होता है। अधिक-से-अधिक बही कहा जा सकता है कि सम्भाविता कम है या अधिक।

कुछ ऐसी घटनाओं के उदाहरण स्वयं सोचकर लिखो। (101)

घर पर करने के लिये एक विशेष प्रयास (उत्साही विद्यार्थियों के लिये)

इमली के चिरों या कौड़ियों से चंगा तो तुमने खेला ही होगा।

चिरों या कौड़ियों से 1000 चालें चलकर यह पता लगाओ कि 1, 2, 3, 4, और 8 कितनी-कितनी बार आते हैं? (102)

(ये चालें तुम अपने साथियों के साथ मिलकर भी चल सकते हो।) अपने आँकड़ों के आधार पर 1, 2, 3, 4, और 8 आने की सम्भावितार्थ पता करो। (103)

शायद अब तुम समझ जाओगे कि चंगा खेलते हुए 4 और 8 मुश्किल से क्यों आते हैं और 2 क्यों अक्सर आ जाता है।

कुछ अनुभव—तुम्हारे और हमारे

इस अध्याय में तुमने जो कुछ सीखा है उसके आधार पर नीचे लिखे प्रश्नों के उत्तर दो :

क्षय रोग (टी०बी०) की जाँच के लिये डाक्टर थूक (खखार) में सूक्ष्मदर्शी के द्वारा रोग के कीटाणु ढूँढते हैं।

यदि पहली बार की जाँच में कीटाणु न दिखें, तो थूक 3-4 बार और इकट्ठी करके जाँची जाती है।

ऐसा क्यों किया जाता है? (104)

'सूक्ष्मदर्शी में से जीव-जगत' अध्याय के प्रयोग 1 में तुम्हें डबरे के पानी में सूक्ष्म जन्तु ढूँढने के लिये कहा गया था। तुमसे यह भी कहा गया था कि इसके लिए चार-पाँच बार अलग-अलग बूँद लेकर सूक्ष्मदर्शी में देखो।

सोचकर बताओ कि इस प्रयोग में सूक्ष्मदर्शी में एक ही बूँद को देखना काफी क्यों नहीं माना गया? (105)

क्या तुमने कभी ग्रामसेवक को खेत की मिट्टी जाँचने के लिये मिट्टी का नमूना इकट्ठा करते हुए देखा है? जिस खेत की मिट्टी जाँचनी हो उस



खेत में घूमकर अलग-अलग हिस्सों से थोड़ी-थोड़ी मिट्टी इकट्ठी करके अच्छी तरह मिला ली जाती है। उसके बाद मिली हुई मिट्टी में से एक हिस्सा निकाल कर प्रयोगशाला में जाँच के लिये भेज दिया जाता है।

किसी खेत की मिट्टी में क्या-क्या गुण हैं यह पता करने के लिये किसी भी एक जगह से मिट्टी का नमूना इकट्ठा करना क्यों काफी नहीं माना जाता ? (106)

तुम्हारे जिले के सभी मिडिल स्कूलों में विज्ञान की प्रयोगनिष्ठ विधि से पढ़ाने का एक नया कार्यक्रम चल रहा है। इस कार्यक्रम के मूल्यांकन के लिये दूर-दूर से शिक्षाशास्त्री आते रहते हैं। एक बार एक शिक्षाशास्त्री एक घंटे के लिये जिले के एक स्कूल में गये। वहाँ विज्ञान के प्रयोग नहीं करवाये जा रहे थे, बल्कि शिक्षक प्रश्नों के उत्तर लिखवा रहे थे। इस अवलोकन के आधार पर इन शिक्षाशास्त्री ने निष्कर्ष निकाला कि इस कार्यक्रम में प्रयोगनिष्ठ विधि से पढ़ाई नहीं होती।

क्या वह निष्कर्ष निकालने का ढंग सही था ? कारण सहित समझाओ। (107)

नये शब्द :

संयोग

प्रयोगशाला

सम्भाविता

प्रयोगनिष्ठ विधि

सामूहिक तालिका

शिक्षाशास्त्री

क्षय रोग (टी०बी०)