एकलव्य
का प्रकाशन

गणित की गतिविधियां

Sharing skills • Changing lives

जेन पोर्टमैन • जेरेमी रिचर्डसन

हिन्दी अनुवाद – अरविन्द गुप्ता

गणित की गतिविधियां

जेन पोर्टमैन • जेरेमी रिचर्डसन

हिंदी अनुवाद – अरविन्द गुप्ता

एकलव्य

VSO

Sharing skills • Changing lives

Heinemann

वी.एस.ओ. के इ.सी.ओ.ई. कार्यक्रम के तहत विकसित व प्रकाशित

हिन्दी में एकलव्य द्वारा प्रकाशित

गणित की गतिविधियाँ

Ganit ki Gatividhiyan (A Hindi translation of The Maths Teachers' Handbook)

मूल लेखक: जेन पोर्टमैन, जेरेमी रिचर्डसन

अँग्रेज़ी से अनुवाद: अरविन्द गुप्ता

चित्र: पैट मुरे व गिलकेस

डिज़ाइन: सूज़न क्लार्क

कवर चित्रांकन: पैट मुरे

कवर डिज़ाइन: सूज़न क्लार्क व थी फोल्ड

© VSO

वर्ष 2002 में एकलव्य द्वारा वॉलण्टरी सर्विसेज़ ओवरसीज़ व हाइनमैन पब्लिशर्स की सहमति से अँग्रेज़ी से अनुदित और मानव संसाधन विकास मंत्रालय, भारत शासन एवं सर रतन टाटा ट्रस्ट के वित्तीय सहयोग से विकसित।

पहला संस्करण: जनवरी 2002/3000 प्रतियाँ
पहला पुनर्मुद्रण: नवम्बर 2005/3000 प्रतियाँ
दूसरा पुनर्मुद्रण: सितम्बर 2007/5000 प्रतियाँ
80 gsm मेपलिथो व 250 gsm आर्ट कार्ड (कवर) पर प्रकाशित
ISBN: 81-87171-41-3
मूल्य: 100 रुपए

प्रकाशक : **एकलव्य**
ई-7/ HIG 453, अरेरा कॉलोनी
भोपाल - 462 016 (म.प्र.)
फोन: (0755) 246 3380, 246 4824
फैक्स: (0755) 246 1703
www.eklavya.in
ईमेल: सम्पादकीय: books@eklavya.in
किताबें मँगवाने के लिए: pitara@eklavya.in

प्रथम अँग्रेज़ी प्रकाशक (1997): हाइनमैन एजुकेशनल पब्लिशर्स, हैली कोर्ट
जॉरडन हिल, ऑक्सफोर्ड OX28EJ
(रीड एजुकेशनल एवं प्रोफेशनल पब्लिशिंग लिमिटेड का विभाग)
वॉलण्टरी सर्विसेज़ ओवरसीज़, 317, पुटनी ब्रिज रोड, लंदन, यू.के.

शैक्षणिक, अव्यावसायिक उपयोग के लिए इस किताब के अधिक से अधिक 50 पृष्ठों का उपयोग बिना किसी शुल्क या पूर्व अनुमति के किया जा सकता है। उपयोग करते हुए वी.एस.ओ. व एकलव्य का उल्लेख करें व हमें इसकी सूचना अवश्य दें। इससे अधिक या अन्य किसी भी रूप में उपयोग करने से पहले वी.एस.ओ. से अनुमति लेना ज़रूरी है।

इस बात का पूरा ध्यान रखा गया है कि इस किताब में संकलित विषयवस्तु एकदम सही हो। इस बात का भी ध्यान रखा गया है कि गतिविधियों में ऐसे तरीके न सुझाए जाएँ जो खतरनाक हों। जहाँ भी आवश्यक है वहाँ पर्याप्त सुरक्षा उपाय व सावधानियाँ दी गई हैं। फिर भी इस किताब में दी गई जानकारी के उपयोग के कारण किसी व्यक्ति को कोई चोट पहुँचती है या सामग्री का नुकसान होता है तो उसकी कोई जिम्मेवारी वी.एस.ओ. या एकलव्य की नहीं होगी।

मुद्रक: बॉक्स कॉरोगेटर्स एंड ऑफसेट प्रिंटर्स, भोपाल (म.प्र.) फोन: 0755-2587551

कहां क्या है

	भूमिका	1
अध्याय 1	पढ़ाने के तरीके	6
अध्याय 2	संसाधन और शिक्षण सामग्री	31
अध्याय 3	सीखने वाले का सांस्कृतिक परिवेश	54
अध्याय 4	दूसरी भाषा में गणित शिक्षण	71
अध्याय 5	सीखने की योजना	84
अध्याय 6	काम शुरू करें!	98
	शब्द संग्रह	100
	वी.एस.ओ. की पुस्तकें	107
	इंडेक्स	108

आभार

इस पुस्तक के तैयार करने में बहुत से लोगों ने अपने विचारों और जानकारी का योगदान किया है। पुस्तक के लेखक खासतौर से निम्नलिखित लोगों और संस्थाओं के प्रति अपना आभार प्रकट करना चाहेंगे:

ए.टी.एम. के द्विभाषी छात्रों और गणित कार्यकारी दल; स्माइल; एन.आई.ए.एस. की गणित टीम; जो, वी.एस.ओ. गणित/विज्ञान कोर्स के सह शिक्षक थे; वी.एस.ओ. के गणित/विज्ञान कोर्स से जुड़े कार्यकर्ता, विशेषकर सिल्के बर्नाउ, पेनी एमरीना और जेनेट ऑलेंक के धैर्य और संपादकीय कुशलताओं के लिए।

चित्रों को दुबारा छापने की अनुमति देने के लिए लेखक निम्न लोगों और संस्थाओं के आभारी हैं।

फिल डौड जिन्होंने विभिन्न सांस्कृतिक परिवेशों में गणित विषय को लेकर शोध किया है। उन्होंने अरबी अंक वर्ग, मिस्र के अंकों, रंगोली पैटर्न के डिज़ाइन, इस्लामी पैटर्न, खुद के इस्लामी पैटर्न बनाना, श्री यंत्र, गाय और तेंदुए और हौसा अंकों आदि पर स्कूली कक्षाओं के लिए एक विशेष पुस्तक लिखी है। इन्हें पुन: प्रकाशित करने की अनुमति देने के लिए उनका धन्यवाद।

'Mathematics from Around the World' और *'Global Mathematics'*

इन पुस्तकों को, इस पते से प्राप्त किया जा सकता है: फिल डौड, 73 बीच ग्रोव, विटले बे, टाइन एंड वेयर, एनई 26 3पीएल, यू.के.।

स्माइल ने हमें स्माइल कार्ड क्रमांक 1786 में से *'Which Numbers'* को पुन: छापने की अनुमति दी। ए.टी.एम. ने पृष्ठ 80 के ऊपर वाले चित्र को छापने की अनुमति दी जो *'Talking Maths, Talking Languages'* के पाठ *'Considering Languages'* में से ली गई है। एन.आई.ए.एस. ने शब्द संग्रह छापने की अनुमति दी है।

भूमिका

यह किताब किसके लिए है?

यह पुस्तक विकासशील देशों के माध्यमिक और उच्चतर माध्यमिक स्कूली शिक्षकों के लिए है। इससे शिक्षक, गणित की पढ़ाई को बेहतर बना पाएंगे। पुस्तक में उन चुनौतियों पर विशेष बल दिया गया है जिनसे विकासशील देशों के शिक्षक रोजाना जूझते रहते हैं, जैसे – तैयार शिक्षण सामग्री का अभाव, पाठ्यपुस्तकों की कमी और गणित को किसी दूसरी भाषा में सीखने-सिखाने की दिक्कत।

इस किताब को क्यों लिखा गया है?

गणित को बेहतर ढंग से पढ़ाने और कामयाबी के स्तर को ऊंचा उठाने के लिए सारी दुनिया में शिक्षकों ने, अलग-अलग तरीके विकसित किए हैं।

गणित शिक्षकों ने:

- आसानी से उपलब्ध सामान को इस्तेमाल करने के तरीके विकसित किए हैं।
- गणित को अपने सांस्कृतिक संदर्भ और लोगों की समस्याओं के अनुरूप ढालने की कोशिश की है।
- कक्षाओं में गणित सम्बंधी गतिविधियों को अपनाया है।
- गणित कक्षाओं में छात्रों की स्थानीय भाषा की समझ को बेहतर बनाया है।

इस पुस्तक में पूरी दुनिया के शिक्षकों द्वारा जांचे-परखे विचारों को संजोया गया है। इसमें वी. एस. ओ. के गणित शिक्षकों के अलावा अफ्रीका, एशिया, कैरेबियन और प्रशांत क्षेत्र के स्कूलों में काम कर रहे स्थानीय सहभागियों का भी महत्वपूर्ण योगदान है।

हमें उम्मीद है कि सभी देशों के शिक्षक इस पुस्तक में संकलित विचारों का उपयोग कर, छात्रों में गणित की समझ और उनकी कुशलताओं को बढ़ाएंगे।

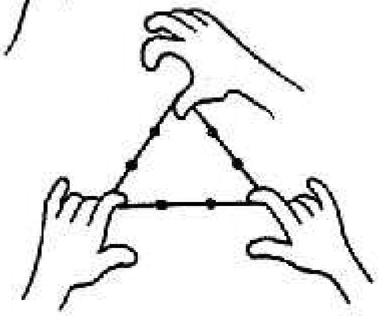
इस किताब के उद्देश्य क्या हैं?

यह पुस्तक गणित शिक्षकों की मदद करेगी:

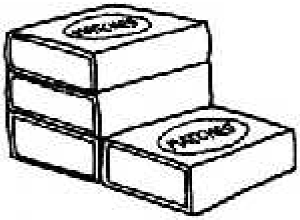
- गणित पढ़ाने के नए और सफल तरीके खोजने में।
- छात्रों के लिए गणित अधिक रोचक और सार्थक बनाने में।
- छात्रों के सांस्कृतिक और भाषा संबंधी मुद्दों के अनुभव को समझने में।

यह किताब मुख्य रूप से गणित शिक्षण को बेहतर बनाने में सहायक सिद्ध होगी।

गांठ लगी डोर से समबाहु त्रिभुज बनाना।



माचिस की डिब्बियों से आकृतियां बनाना।



इस पुस्तक का मूल विषय क्या है?

गणित सीखने-सिखाने में चार बातें बेहद महत्वपूर्ण हैं:

पढ़ाने का तरीका

जब शिक्षक पढ़ाने के विविध तरीके अपनाएगा छात्र तभी सबसे अच्छी तरह सीखेंगे। कक्षा में अलग-अलग तरीकों का इस्तेमाल कैसे किया जाए, इन्हें इस पुस्तक में उदाहरणों के ज़रिए समझाया गया है।

शिक्षण सामग्री और अन्य संसाधन

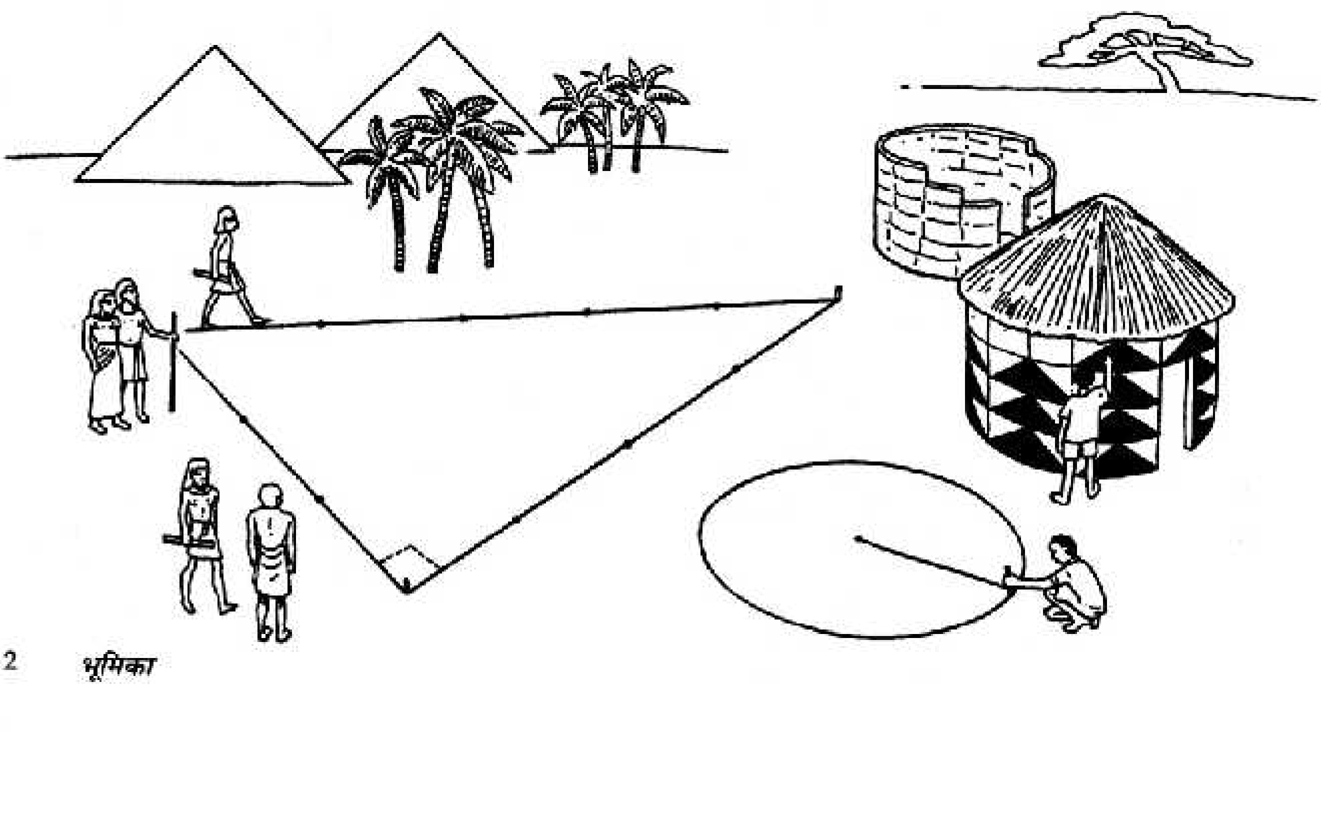
बनाकर, छूकर, हिलाकर, खोजकर यानि खुद कुछ करके ही बच्चे बेहतर ढंग से सीखते हैं। करके सीखने के लिए बच्चे, सस्ते और आसानी से मिलने वाले सामान का कक्षा में कई तरह से उपयोग कर सकते हैं। इस पुस्तक में बहुत कम चीज़ों से बहुत कुछ सीखने की विधियां बताई गई हैं। इसमें बोतल के ढक्कन, डोर और माचिस की डिब्बियों जैसे सामान का बखूबी इस्तेमाल किया गया है।

सीखने वाले की भाषा

गणित की कक्षा में भाषा भी, गणित जितना ही महत्व रखती है। किसी दूसरी भाषा में गणित सीखने के दौरान कुछ खास मुश्किलें सामने आती हैं। इस पुस्तक में कुछ ऐसी गतिविधियां सुझाई गई हैं जिनसे छात्र, गणित को समझने के लिए भाषा का बेहतर उपयोग कर सकते हैं।

सीखने वाले का सांस्कृतिक परिवेश

घर और गली-मोहल्लों में खेलते हुए बच्चे अनजाने ही, बहुत सारी गणित सीख जाते हैं। अक्सर यह गणित, स्कूली गणित से अलग किस्म की होती है। पुस्तक में सुझाई कुछ गतिविधियां, दोनों तरह के इस गणित को आपस में जोड़ने का प्रयास करती हैं। इसके लिए दुनिया भर से उदाहरणों को चुना गया है। जब बच्चे इन रिश्तों को समझेंगे तो उनकी गणित की समझ भी बेहतर बनेगी।



पुस्तक की गतिविधियों और शैक्षिक विचारों को कैसे चुना गया?

इस पुस्तक में 100 से भी अधिक गतिविधियां दी गई हैं। इनके द्वारा शिक्षक अपने पढ़ाने के तरीकों में बदलाव ला सकते हैं और छात्रों में गणित की समझ को बेहतर बना सकते हैं।

पढ़ाई के विभिन्न तरीकों को दिखाने के लिए इन गतिविधियों को बड़ी सावधानी से चुना गया है। इनमें बहुत कम शैक्षिक साधनों की ज़रूरत पड़ती है। इन क्रियाओं में गणित के बहुत से पाठ भी शामिल हैं।

हरेक गतिविधि

- सीखने योग्य गणित को दर्शाती है
- में छात्रों के लिए स्पष्ट निर्देश हैं
- के माध्यम से छात्र गणित को सक्रिय रूप से सीख सकते हैं।

गणित क्या है?

गणित दुनिया के बारे में अपने अनुभवों को संगठित करने का एक तरीका है। इसके द्वारा हम अपने अनुभवों को समझ सकते हैं और उन्हें अन्य लोगों को समझा सकते हैं। इससे हमें खुशी का अनुभव भी होता है। गणित द्वारा हम रोज़ की जिंदगी की कई ठोस समस्याओं का हल भी खोज सकते हैं। जीवन के अनेक क्षेत्रों में गणित का उपयोग किया जा सकता है।

गणित में हम साधारण भाषा के साथ-साथ एक विशेष भाषा – *गणित की भाषा* का भी प्रयोग करते हैं। छात्रों को हमें इन दोनों ही भाषाओं का उपयोग सिखाना होगा।

हम चाहें तो शुद्ध गणितीय समस्याओं को हल कर सकते हैं। या फिर, गणित को एक औज़ार के रूप में इस्तेमाल करके, विज्ञान और भूगोल की समस्याएं हल कर सकते हैं। किसी घटना की व्याख्या करने के अलावा, आगे क्या होगा, हम इसका पूर्वानुमान भी गणित द्वारा लगा सकते हैं। इसी वजह से गणित इतनी महत्वपूर्ण है।

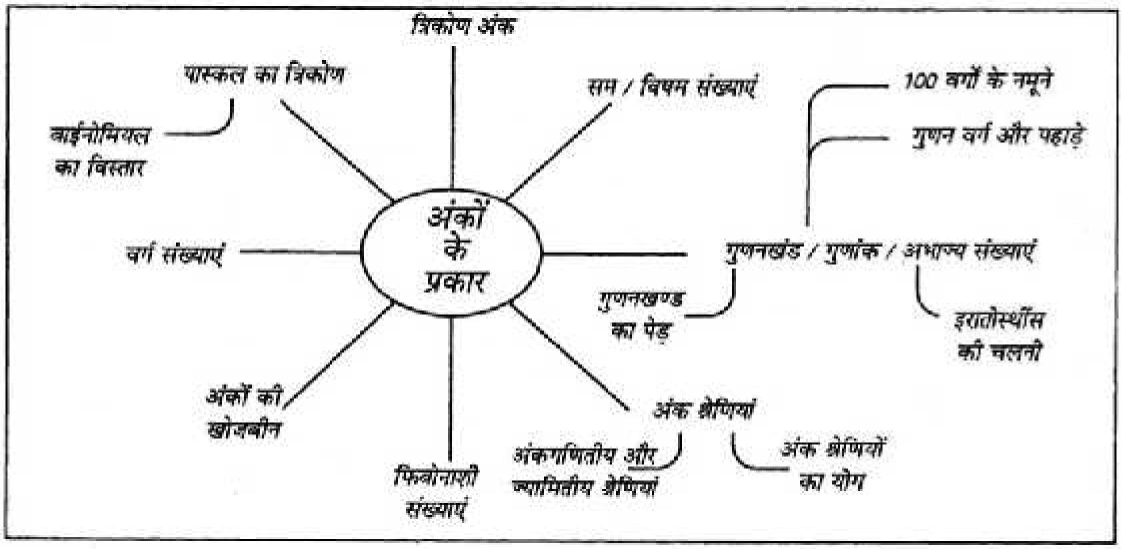
गणित सीखना-सिखाना

गणित में तथ्य याद करना और कौशल हासिल करना जरूरी है। परंतु, यह तो लक्ष्य को प्राप्त करने का मात्र एक साधन है। जानकारी और कौशल अपने आप में महत्वपूर्ण नहीं होते हैं। तथ्यों और कौशलों को छात्र तभी आसानी से याद रख पाएंगे जब वे उनके इस्तेमाल से व्यावहारिक जीवन की समस्याओं को हल करेंगे।

गणित द्वारा जिंदगी की वास्तविक समस्याओं को हल करने के साथ-साथ, छात्रों को गणित के विभिन्न हिस्सों और उनके परस्पर सम्बंधों का ज्ञान भी होना चाहिए।

गणित को एक के बाद दूसरे पाठ के क्रम में पढ़ा जा सकता है। परंतु एक पाठ का दूसरे पाठ से सम्बंध भी समझना ज़रूरी है। इस रिश्ते को अगले पृष्ठ पर एक चित्र द्वारा समझाया गया है।

छात्रों का यह जानना भी जरूरी है कि पूरी दुनिया में गणित उपयोग में लाई जाती है और सीखी जाती है।



अलग-अलग देशों के पाठ्यक्रम भिन्न होने के बावजूद कई ऐसे पाठ हैं जो सारी दुनिया में पढ़ाए जाते हैं। इनमें से कुछ इस प्रकार हैं:

- अंक प्रणालियां और स्थानीय मान
- बीजगणित
- रेखागणित
- सांख्यिकी
- त्रिकोणमिति
- संभावना
- ग्राफ
- नापना

हम छात्रों को यह बता सकते हैं कि विभिन्न देशों ने इन विषयों को समझने के लिए अलग-अलग प्रकार की गणित विकसित की है।

इस पुस्तक का कैसे उपयोग करें

यह पुस्तक सिर्फ सिखाने की तकनीकों और गतिविधियों का एक संकलन मात्र नहीं है। इसमें गणित सीखने-सिखाने की एक प्रणाली का वर्णन किया गया है।

इस पुस्तक में आपको गणित पढ़ाने का एक समुचित दृष्टिकोण मिलेगा। अपने काम को अंजाम देने के लिए आप इसको एक मार्गदर्शिका के रूप में इस्तेमाल कर सकते हैं। छात्रों की आवश्यकताओं को पूरा करने और उनकी सफलता के स्तर को ऊंचा उठाने के लिए आपको अनेक विचारों और संसाधनों की जरूरत पड़ेगी। यह पुस्तक उनमें से एक हो सकती है।

इस किताब को इस्तेमाल करने के तीन तरीके हैं:

पाठ चुनना

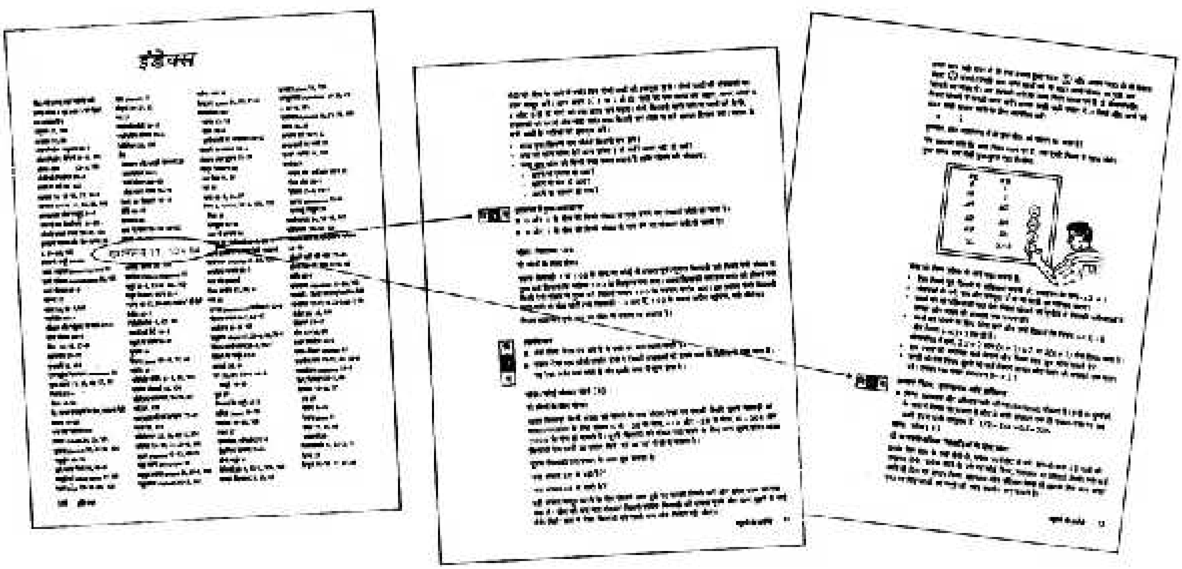
पाठ्यक्रम के अनुसार आप अगला कौन-सा पाठ चुनेंगे इसे तय करें। उस पाठ को पुस्तक के अंत में दी गई तालिका में खोजें। फिर उपयुक्त पन्नों पर जाकर अपने काम की गतिविधियां चुनें। हमारा सुझाव होगा कि आप कक्षा में उपयोग करने से पहले, गतिविधियों को खुद करके देख लें।

आप चाहें तो इस सम्बंध में अपने शिक्षक साथियों से साथ चर्चा कर सकते हैं या गतिविधियों को छात्रों के साथ करके देख सकते हैं। फिर उन गतिविधियों में कुछ फेर-बदल कर उन्हें विभिन्न आयु और क्षमता वाले बच्चों के लिए बेहतर बनाने के बारे में भी आप सोच सकते हैं।

अपने पढ़ाने के तरीके को बेहतर बनाना

पढ़ाने की पद्धति को बेहतर बनाने के लिए नए-नए तरीके चुनें और उनके आधार पर गतिविधियां कराएं। यह देखनें कि कोशिश करें कि छात्रों को उन गतिविधियों से कुछ फायदा हुआ या नहीं। इस प्रकार नई-नई क्रियाएं और अलग-अलग तरीके अपना कर और उनकी सार्थकता का विश्लेषण करके, आप छात्रों को सिखाने का बेहतरीन तरीका खोज पाएंगे।

गणित पढ़ाने के किसी भी एक पक्ष पर आप अपना ध्यान केंद्रित कर सकते हैं। मसलन : भाषा, संस्कृति, शिक्षण पद्धति, संसाधन या योजना बनाने पर। फिर आप पुस्तक का उपयुक्त खण्ड खोजकर उसका इस्तेमाल कर सकते हैं।



सहशिक्षकों के साथ काम करना

पुस्तक के हरेक पाठ में दी हुई सामग्री के आधार पर आप सहशिक्षकों के साथ निम्न कार्यशालाएं आयोजित कर सकते हैं:

- अलग-अलग शिक्षण पद्धतियां विकसित करना
- सीखने के लिए संसाधन और शैक्षणिक सामग्री विकसित करना
- गणित कक्षाओं का सांस्कृतिक परिप्रेक्ष्य
- गणित की कक्षा में भाषा का महत्व
- कार्य योजना बनाना।

कार्यशालाओं में शिक्षक गतिविधियों को खुद करके देख सकते हैं और पाठ में उठाए मुद्दों पर चर्चा कर सकते हैं। इस प्रकार आप ढेर सारी सफल क्रियाएं एकत्रित कर उनमें खुद रची और अन्य शिक्षकों द्वारा सुझाई गतिविधियों को जोड़ सकते हैं।

अध्याय 1 पढ़ाने के तरीके

इस अध्याय में उन अलग-अलग तरीकों का उल्लेख है जिनसे आप कक्षा में कोई पाठ पढ़ा सकते हैं। बच्चे और किशोर कई अलग-अलग तरीकों से चीज़ों को सीखते हैं। शिक्षक को सिर्फ सुनते रहना और चुपचाप बैठना, शायद सीखने का अच्छा तरीका नहीं है। छात्र इन तरीकों से सीख सकते हैं:

- स्वयं कौशलों का अभ्यास करके
- आपस में गणित के बारे में चर्चा करके
- गणित पर आधारित खेलों से
- गणित की पहेलियां हल करके
- ठोस वस्तुओं से गतिविधियां करके
- समस्याओं को हल करके
- खुद चीजों के बारे में जानकारी हासिल करके।

छात्रों को कक्षा में अलग-अलग तरीकों से सीखने का मौका मिलना चाहिए। भिन्न-भिन्न तरीकों से सीखने के निम्न फायदे हैं:

- इनसे छात्र प्रेरित होते हैं
- इनसे छात्रों के सीखने के कौशल बेहतर होंगे
- इनसे छात्रों को विविधता का अनुभव होगा
- इनसे छात्र अधिक तेज गति से सीख सकेंगे।

हम निम्न शिक्षण विधियों को विस्तार से देखेंगे:

1. शिक्षक द्वारा प्रस्तुतिकरण और व्याख्या
2. खेल
3. ठोस प्रायोगिक काम
4. समस्याएं और पहेलियां
5. गणित की खोजबीन
6. पाठ की पुष्टि और अभ्यास

शिक्षक द्वारा प्रस्तुतिकरण और व्याख्या

पढ़ाने के इस औपचारिक तरीके में शिक्षक पूरी कक्षा के सामने गणित प्रस्तुत करता है और उसकी व्याख्या करता है। वह चाहेगा कि सभी छात्रों को पाठ समझ में आए और इस वजह से यह काम काफी मुश्किल भी हो सकता है।
वैसे यह पद्धति काफी प्रभावशाली भी हो सकती है:

- बड़ी कक्षा में गणित के किसी नए पाठ को पढ़ाने के लिए
- पाठ पढ़ाते समय किसी खास बिन्दु पर सभी छात्रों का ध्यान केन्द्रित करने के लिए
- सीखे पाठ का सार समझने के लिए।

पाठ के विषय-वस्तु का निर्धारण

- विषय-वस्तु की योजना बनाएं। जिन बातों पर आपकी पकड़ न हो उसे दोहराएं। सत्र में आप विषय का कितना हिस्सा पूरा करेंगे इसे भी तय करें।

- मुख्य बिन्दुओं को नोट करें और उन्हें एक तार्किक क्रम में जमाएं। पहली बात क्या सिखाएंगे, दूसरी कौन-सी होगी इसे तय करें।
- मुख्य बिन्दुओं को कुछ उदाहरणों से समझाएं।
- यदि आवश्यक हो तो कुछ चार्ट, स्लाइड, मॉडल आदि पहले से ही बना लें।
- विषय-वस्तु के क्रमानुसार आप अपने नोट्स सजाएं। इसके लिए कार्ड काफी उपयोगी हो सकते हैं। आप चाहें तो हरेक मुख्य बिन्दु के लिए एक कार्ड बना सकते हैं।

योजना और समय का सुनियोजन

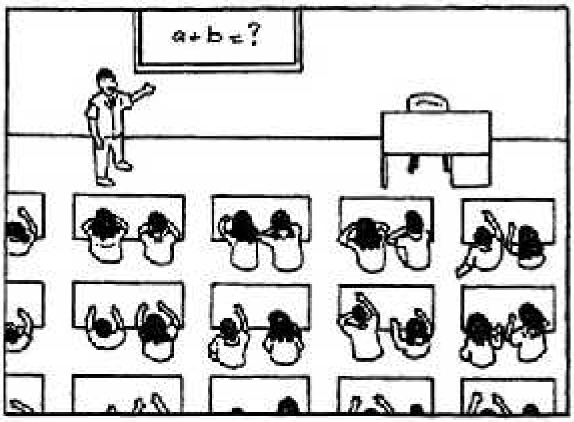
- हर पाठ किस गति से पढ़ाएंगे, इसे आप तय करें। गणित के पाठ की प्रस्तुति और व्याख्या को कितना समय देंगे? छात्रों द्वारा उठाए प्रश्नों के उत्तरों के लिए कितना समय देंगे? छात्रों द्वारा गणित के नए अभ्यास, खोजबीन, समस्या-समाधान और पहेलियों आदि के लिए कितना समय होगा?
- एक अच्छी योजना के तहत, विषय की स्पष्ट व्याख्या के बाद आपको लम्बे समय तक बोलना नहीं पड़ेगा और छात्रों को खुद गणित करने का समय मिल पाएगा। छात्रों को चुपचाप लम्बे भाषण भी नहीं झेलने पड़ेंगे।

समय के सुनियोजन से:

- आप छात्रों को नए विचारों से परिचित करा पाएंगे
- छात्र अपना पूर्व निर्धारित काम पूरा कर सकेंगे
- छात्र प्रश्न पूछ सकेंगे
- छात्रों को समझने में आसानी होगी
- आप गृहकार्य तय कर सकेंगे
- प्रयोग के उपकरणों को संभाल कर निकाला और रखा जा सकेगा
- छात्र अन्य समूहों द्वारा की जा रही गतिविधियों में भाग ले सकेंगे।

कक्षा की व्यवस्था

- कक्षा की बैठक इस प्रकार जमाएं जिससे कि सभी छात्र आपको देख पाएं।
- ब्लैकबोर्ड को साफ करें। चाहें तो ब्लैकबोर्ड पर पहले से ही मुख्य बिन्दुओं को लिख लें। इससे समय की बचत होगी।
- अपनी मेज को इस तरह रखें जिससे कि आप छात्रों के सामने बेरोक-टोक चल सकें। मेज, आपके और छात्रों के बीच बाधा न बने।
- गतिविधि को ध्यान में रखकर ही छात्रों की कुर्सी-मेजों को सजाएं
  - अगर शिक्षक पूरी कक्षा को सम्बोधित कर रहा हो तो सभी कुर्सी-मेज, ब्लैकबोर्ड की ओर हों।
  - समूहों में काम करने के लिए कुर्सी-मेजें, अलग-अलग स्थानों पर, गोलाई में सजी हों।
- हर कक्षा की शुरुआत एक पूर्व निश्चित दिनचर्या से करें। इससे छात्रों को सत्र की शुरुआत में ही उनसे अपेक्षित व्यवहार का पता चल जाएगा। उदाहरण के लिए कक्षा की शुरुआत गृहकार्य जांचने से करें।
- अपनी कक्षा को आकर्षक बनाएं। इसके लिए आप चाहें तो छात्रों द्वारा किए काम और शैक्षणिक संसाधनों को मेज पर सजा सकते हैं या फिर एक कोने को गणित की पहेलियां बूझने का 'अड्डा' बना सकते हैं।



प्रदर्शन

- किसी नई कक्षा में जल्द से जल्द सभी छात्रों के नाम याद करें।
- प्रश्न पूछते समय छात्रों को उनके नाम से ही बुलाएं।
- आत्मविश्वास के साथ बोलने की कोशिश करें। हिचकिचाने से आप छात्रों का विश्वास खो सकते हैं।
- आपकी आवाज़ तेज़ और स्पष्ट हो जिससे कि सभी छात्र सुन सकें।
- अपनी आवाज़ को तेज़-हल्का और सुर को ऊंचा-नीचा करें।
- यह जानने के लिए कि छात्रों को पाठ समझ में आ रहा है या नहीं, पाठ के बीच-बीच में छात्रों से प्रश्न पूछते रहें। ऐसे प्रश्न पूछें जिनसे छात्रों की समझ बढ़े और जो उन्हें सोचने के लिए बाध्य करें। साथ में आपको यह भी पता चलता रहे कि छात्र आपकी बात ठीक से सुन रहे हैं। आप ब्लैकबोर्ड को छोटे खण्ड में बांट कर हरेक खण्ड पर करीने से लिखेंगे तो बहुत अच्छा होगा।
- पाठ को कभी भी अधूरा न छोड़ें।
- पाठ का अंत हमेशा स्पष्ट तरीके से करें।

कक्षा में व्यवहार के कुछ नियम

- छात्रों को यह पता हो कि कक्षा में कैसा व्यवहार सही है और कैसा गलत।
- छात्रों से चर्चा करके कुछ व्यवहारिक नियम तय करें।
  इन नियमों को लिखकर कक्षा में टांग दें।
- शुरुआत सही आचरण के कुछ सरल नियमों से करें। उदाहरण के लिए कक्षा में आने-जाने के नियम, पाठ सही समय पर शुरू और अंत करने के नियम आदि।
- निम्न परिस्थितियों में सही व्यवहार क्या होगा:
  - जब छात्रों को सहायता की आवश्यकता हो
  - जब छात्रों को नई जानकारी या अन्य साधनों की ज़रूरत हो
  - जब छात्र कक्षा में पुस्तकें और गृहकार्य लाना भूल गए हों
  - जब छात्रों को काम बहुत कठिन या बहुत आसान लगे।

सुदृढ़ीकरण और अभ्यास

छात्रों को गणित के नए अभ्यासों के मौके मिलें, यह बहुत आवश्यक है। साथ ही वे गणित की अपनी समझ विकसित करते हुए कौशलों को एक नए माहौल की समस्याओं पर लागू कर पाएं।

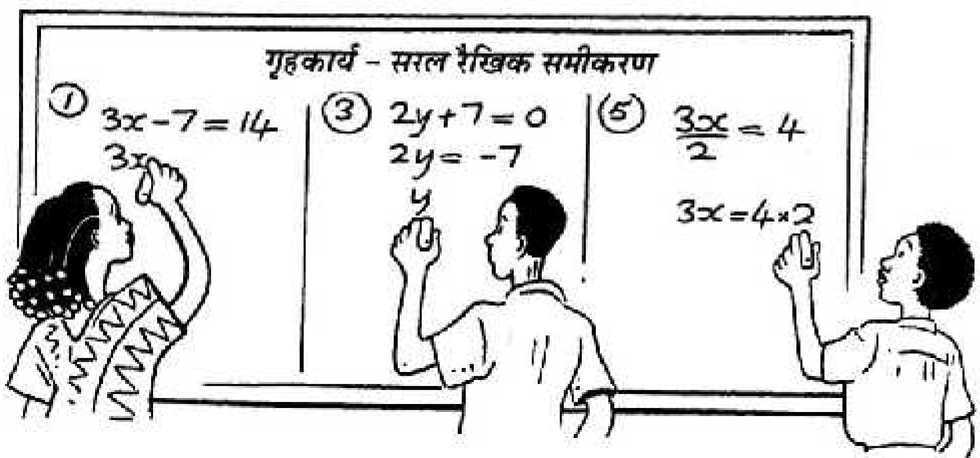
समझ बढ़ाने के लिए ज़रूरी अभ्यासों व सवालों का मुख्य स्रोत अक्सर पाठ्यपुस्तकें ही होती हैं।

यह सुनिश्चित करना ज़रूरी है कि उदाहरण सरल से कठिन के क्रम में हों। इससे छात्रों को एकदम कठिन प्रश्नों से शुरू नहीं करना पड़ेगा। जो अभ्यास छात्र करें वो पाठ कक्षा में पहले से पढ़ाया गया हो। कहीं ऐसा न हो कि उस पाठ या कौशल को पहले सिखाया ही न गया हो।

ऊपर सुझाया गया तरीका तो पढ़ाई की एक सामान्य पद्धति है। परंतु आप अन्य तरीकों को छोड़कर इस पद्धति का बहुत अधिक उपयोग न करें।

छात्रों से पाठ्यपुस्तक के किन प्रश्नों का अभ्यास कराना है, उनको सावधानी से चुनें। प्रश्नों को हल करने के बाद छात्र उन्हें कई तरीकों से जांच सकते हैं। मिसाल के लिए:

- आधी कक्षा सम-संख्याओं और आधी, विषम-संख्याओं पर काम कर सकती है। फिर बच्चे आपस में कापियां बदल कर, एक-दूसरे के काम को जांच सकते हैं और यदि आवश्यक हो तो उनमें सुधार कर सकते हैं। जो प्रश्न कठिन हों और हल न हो पाएं या जिनके हल पर असहमति हो, उन्हें चुनौती के रूप में किसी अन्य समूह को दिया जा सकता है।
- अगर कक्षा में बहुत सारे छात्र हों तो शिक्षक कुछ ऐसे अभ्यास चुनें जिन्हें करना एकदम ज़रूरी हो, जैसे विषम संख्याएं।
- गृहकार्य जांचते समय केवल कुछ उदाहरणों को चुनें। फिर अलग-अलग छात्रों से सवालों को ब्लैकबोर्ड पर समझाने को कहें। यह सुनिश्चित करें कि जिन छात्रों को आप चुनें उन्होंने घर पर सवालों का हल ठीक किया हो। धीरे-धीरे कोशिश करें कि अधिक से अधिक छात्र पूरी कक्षा को सिखाने का मौका पाएं।



छात्र अधिक तेजी से काम करें इसके लिए आप कुछ समय सीमा भी निर्धारित कर सकते हैं। इससे छात्रों के सीखने की रफ्तार बढ़ेगी।

- गणित के नए अभ्यास करते समय छात्रों को अंकगणित के ऐसे सवाल न दें जो नए अभ्यास से अधिक कठिन हों। अगर ऐसा होगा तो छात्र अंकगणित में ही फंस जाएंगे और वे अभ्यास नहीं कर पाएंगे।

नीचे के दोनों उदाहरणों में छात्रों को एक आयताकार खेत का क्षेत्रफल मालूम करना है। दूसरे उदाहरण की अंकगणित कुछ कठिन है। छात्र अक्सर उसमें ही उलझ जाते हैं।

✔ एक 10 मीटर लम्बे और 6 मीटर चौड़े खेत का क्षेत्रफल मालूम करें।

✘ एक 7.63 मीटर लम्बे और 4.029 मीटर चौड़े खेत का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

- प्रश्न ऐसे हों जो आसानी से समझ में आएं जिससे कि कौशलों का जल्दी से अभ्यास हो सके।

नीचे के दोनों उदाहरणों में एक ही प्रश्न पूछा गया है। पहले उदाहरण को छात्र आसानी से समझ जाएंगे और वृत्त का क्षेत्रफल निकालने का प्रयास करेंगे, जबकि दूसरे उदाहरण में छात्र प्रश्न को समझने में अधिक समय लगाएंगे और क्षेत्रफल निकालने में कम।

10 से.मी. त्रिज्या की एक थाली है। उसका क्षेत्रफल निकालें।

एक बिजली के लैम्प का पेंदा वृत्ताकार है। पेंदा 30 से.मी. व्यास का है। उसका क्षेत्रफल निकालें।

खेल

खेलों द्वारा गणित की कक्षा को बहुत मज़ेदार, प्रेरक और रोचक बनाया जा सकता है। गणित के खेल छात्रों को सक्रिय रूप से शामिल होने और सीखने का मौका देते हैं। खेलों में बच्चे खुशी और सफलता महसूस करते हैं। इससे उनमें उत्साह और आत्मविश्वास पैदा होता है।

परंतु गणित के खेल, केवल मज़े और आत्मविश्वास के लिए नहीं हैं। खेल बच्चों की सहायता करते हैं:

- गणित की अवधारणाएं समझने में
- गणित के कौशल विकसित करने में
- गणित के तथ्य जानने में
- गणित की शब्दावली और भाषा समझने में
- गणित के प्रश्नों का मन गणित करके झटपट उत्तर देने में।

वि ष य

संभाविता

Ⓢ संभाविता किसी घटना के होने की एक माप है।

ⓘ हम जितनी अधिक बार किसी भी प्रयोग को दोहराएंगे उसके परिणाम. सैद्धांतिक संभावना के उतने ही करीब होंगे।

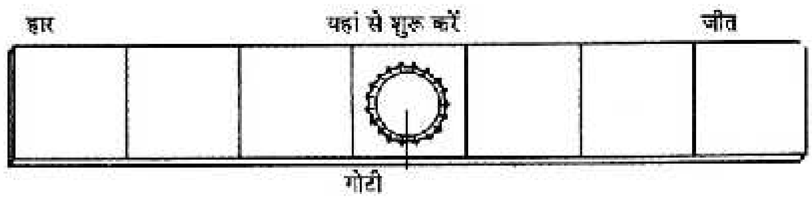
खेलः बाएं और दाएं

आवश्यक सामान:

- *एक गोटी जैसे कोई छोटा पत्थर या किसी बोतल का ढक्कन*
- *दो पासे*
- *7 खानों वाला एक बोर्ड*

दो खिलाड़ियों के लिए खेल।

चित्र में दिखाए अनुसार बोर्ड बनाएं।



गोटी को बीच के खाने में रखें। फिर दोनों पासों को इकट्ठा फेंकें। दोनों पासों की संख्याओं का अंतर मालूम करें। अगर अंतर 0, 1 या 2 हो तो, गोटी को एक खाना बाएं बढ़ाएं। अगर अंतर 3, 4 और 5 हो तो गोटी को एक खाना दाएं बढ़ाएं। दोनों खिलाड़ी बारी-बारी से पासों को फेकें, संख्याओं को घटाएं और गोटी चलें। आप कितनी बार जीते या हारे इसका हिसाब रखें। क्लास के सभी बच्चों के नतीजों को इकट्ठा करें।

- छात्र कुल कितनी बार जीते? कितनी बार हारे?
- क्या यह खेल उचित है? अगर उचित है तो क्यों? अगर नहीं, तो क्यों?
- क्या आप खेल को किसी तरह बदल सकते हैं ताकि जीतने की संभावना:
  - हारने से ज़्यादा हो जाए?
  - हारने से कम हो जाए?
  - हारने के बराबर हो जाए?

वि ष य

दशमलव से गुणा-भाग करना

- 0 और 1 के बीच की किसी संख्या से गुणा करने पर संख्याएं छोटी हो जाती हैं।
- 0 और 1 के बीच की किसी संख्या से भाग देने पर संख्याएं बड़ी हो जाती हैं।

खेलः निशाना 100

दो लोगों के लिए खेल।

पहला खिलाड़ी 1 से 100 के बीच का कोई भी संख्या चुने। दूसरा खिलाड़ी उसे किसी ऐसी संख्या से गुणा करे जिससे कि नतीजा 100 के बिल्कुल पास आए। पहला खिलाड़ी अब इस उत्तर को लेकर उसे किसी ऐसे संख्या से गुणा करे जिससे उत्तर 100 के एकदम करीब आए। इस प्रकार दोनों खिलाड़ी बारी-बारी से खेल खेलें। जो खिलाड़ी 10 बार में, 100 के सबसे करीब पहुंचेगा, वही जीतेगा।

नियम बदलकर इसे भाग का खेल भी बनाया जा सकता है।

वि ष य

स्थानीय मान

- अंक जिस जगह पर होते हैं वे उसी का मान ग्रहण करते हैं।
- संख्या-रेखा एक सीधी लकीर होती है जिसमें संख्याओं को उनके मान के हिसाब से रखा जाता है। यह रेखा अनंत तक जाती है और इसके मध्य में शून्य होता है।

खेलः कोई संख्या सोचें (1)

दो लोगों के लिए खेल।

पहला खिलाड़ी किसी संख्या को सोचने के बाद संख्या-रेखा पर उसकी स्थिति दूसरे खिलाड़ी को बताए। उदाहरण के लिए संख्या 0 से 100 के बीच, −10 और −20 के बीच, या 1000 और 2000 के बीच हो सकती है। दूसरे खिलाड़ी को संख्या पता करने के लिए प्रश्न पूछने होंगे। पहला खिलाड़ी उन प्रश्नों का उत्तर सिर्फ 'हां' या 'ना' में ही दे सकता है।

दूसरा खिलाड़ी इस प्रकार के प्रश्न पूछ सकता है:

'क्या संख्या 50 से बड़ी है?'

'क्या संख्या 10 से छोटी है?'

सही संख्या मालूम करने के लिए कितने प्रश्न पूछे गए उनकी गिनती करें और हरेक प्रश्न को एक अंक दें। खेल को कई बार दोहराएं जिससे प्रत्येक खिलाड़ी को संख्या चुनने और प्रश्न पूछने के कई मौके मिलें। अंत में जिस खिलाड़ी को सबसे कम अंक मिलेंगे वही जीतेगा।

वि ष य

अंकों के गुणधर्म

■ अंकों को उनके गुणधर्मों के आधार पर पहचाना जा सकता है। उन्हें अलग-अलग समूहों में रखा जा सकता है जैसे - सम, विषम, गुणनखंड, गुणांक (Multiple), अभाज्य (Prime), आयताकार, वर्गाकार या त्रिकोण।

खेल: कोई संख्या सोचें (2)

दो लोगों के लिए खेल।

पहला खिलाड़ी 1 से 100 के बीच का कोई संख्या सोचे। खिलाड़ी-2 अब, खिलाड़ी-1 द्वारा चुनी संख्या को मालूम करे। इसके लिए खिलाड़ी 2, खिलाड़ी 1 से संख्या के गुणधर्मों के बारे में सवाल पूछ सकता है। उदाहरण के लिए:

'क्या वह एक अभाज्य संख्या है?'

'क्या वह एक वर्ग संख्या है?'

'क्या वह एक त्रिकोण संख्या है?'

'क्या वह एक विषम संख्या है?'

'क्या वह 3 का गुणांक है?'

'क्या वह 10 का गुणनखंड है?'

खिलाड़ी-1 केवल 'हां' या 'ना' में ही जवाब दे सकता है।

खेलते समय खिलाड़ी-2 के पास अगर संख्याओं को काटने के लिए 10 × 10 का एक संख्या-चार्ट होगा, तो उससे उसे काफी आसानी होगी।

ध्यान दें कि हरेक खिलाड़ी को, संख्या चुनने और प्रश्न पूछने का कई बार मौका मिले।

वि ष य

बीजगणितीय फलन (Function)

■ फलन एक प्रकार का नियम होता है जो किसी संख्या-समूह के सभी सदस्यों को, किसी दूसरे संख्या-समूह की एक विशेष संख्या के साथ जोड़ता है। उदाहरण के लिए - $x \rightarrow 3x$, $x \rightarrow 2x,+1$

खेल: नियम की खोज

पूरी कक्षा के लिए खेल।

कोई सरल नियम सोचें, जैसे × 3

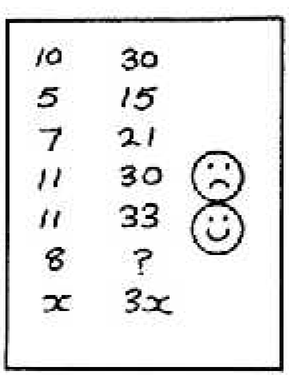
अब ब्लैकबोर्ड पर बाईं ओर एक संख्या लिखें। यह अन्दर आने वाली संख्या होगी। वैसे आप छात्रों को अभी इसके बारे में न बताएं। इस संख्या के दाएं ओर आप बाहर जाने वाला संख्या लिखें। उदाहरण के लिए:

10 30

इसी प्रकार दो अन्य लाइनें लिखें। कोई भी संख्या चुनें और उस पर × 3 का नियम लागू करें:

5 15

7 21



नियम खोजें

इसके बाद केवल अन्दर आने वाली बाईं संख्या लिखें और किसी छात्र को बोर्ड पर आकर बाहर जाने वाली दाईं संख्या लिखने के लिए आमंत्रित करें:

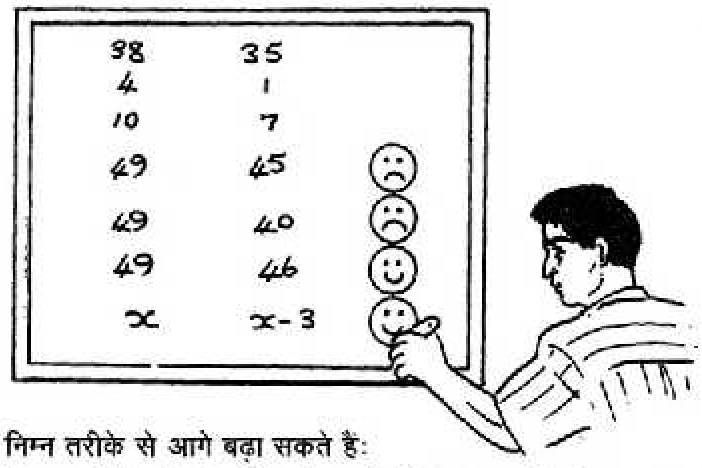
11 ?

अगर छात्र सही उत्तर दे तो एक हंसता हुआ चेहरा ☺ और जवाब गलत हो तो उदास चेहरा ☹ बनाएं। उसके बाद अन्य छात्रों को भी बाहर वाली संख्या का सही मान खोजने का मौका दें। जब आपको लगे कि छात्र नियम समझ गए हैं तो बीजगणितीय नियम खोजने में उनकी मदद करें। अन्दर वाली खड़ी कतार में *3* लिखें और छात्रों को बाहर वाली कतार भरने के लिए आमंत्रित करें:

x ?

चुपचाप, शांत वातावरण में ही इस खेल को खेलने का मजा है!

जब आपको लगे कि छात्र नियम जान गए हैं, तब दूसरे नियम के साथ खेलें। कुछ समय बाद बोर्ड कुछ-कुछ ऐसा दिखेगा:



खेल को निम्न तरीके से आगे बढ़ा सकते हैं:

- ऐसा नियम चुनें जिसमें दो संक्रियाएं करनी हों, उदाहरण के लिए $-\times 2 \ +1$
- संख्याओं के वर्ग, घन और वर्गमूल $\sqrt{}$ से भी छात्रों का परिचय कराएं।
- छात्रों को दो संक्रियाओं वाले ऐसे नियम खोजने की चुनौती दें जिनकी तालिकाओं में अन्दर और बाहर की संख्याएं एक समान हों।
- छात्रों को सोचने के लिए प्रेरित करें और उन्हें दिखाएं कि नियम: $(-\times 2) + 2$ और नियम: $(- +1) \times 2$ एक ही है।
  बीजगणित में इन्हें, $2x + 2$ और $(x + 1) \times 2$ या $2(x + 1)$ जैसे लिखा जाता है।
- इस प्रकार की समानता वाले कितने और नियम छात्र खुद खोज सकते हैं?
- छात्रों को ऐसे नियम ढूंढने को कहें जिनमें अन्दर और बाहर की संख्याएं एक समान रहें। इसका एक सरल उदाहरण है– $\times 1$!

वि ष य

समान भिन्न, दशमलव और प्रतिशत

■ भिन्न, दशमलव और प्रतिशत सभी परिमेय (Rational) संख्याएं हैं। इन्हें दो पूर्णांकों के रूप में लिखा जा सकता है और ये सभी संख्याएं एक ही संख्या–रेखा पर पाई जाती हैं। ये सभी समतुल्य हैं: $1/2 = 2/4 = 0.5 = 50\%$

खेल: स्नैप (1)

दो या उससे अधिक खिलाड़ियों के लिए खेल।

इसके लिए ताश के पत्तों जैसे ही, सफेद कार्डशीट से बने, कम-से-कम 40 पत्तों की ज़रूरत होगी। प्रत्येक कार्ड के पत्ते पर कोई भिन्न, दशमलव या प्रतिशत लिखें। ऐसे कई कार्ड हों जिन पर समान भिन्न, दशमलव और प्रतिशत लिखे हों (इसके लिए आप अगले पृष्ठ पर दिए कार्डों को नमूने की तरह उपयोग कर सकते हैं)।

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{12}$
0.75	25%	0.5	25%	10%
0.7	$\frac{10}{20}$	75%	20%	50%
0.2	0.1	0.8	$\frac{10}{50}$	$\frac{1}{10}$

गड्डी के पत्तों को फेंटने के बाद उन्हें खिलाड़ियों में बांट दें। बांटते समय लिखी सतह, नीचे की ओर हो। अब बारी-बारी से हरेक खिलाड़ी एक पत्ते को बीच में रखे। जो खिलाड़ी इस पत्ते के समतुल्य, यानि बराबर के कार्ड को बीच में रखे पत्तों में से खोजेगा और सबसे पहले 'स्नैप' कहेगा, वही जीतेगा। वह बीच में पड़े सभी पत्ते जीत जाएगा। सारे पत्ते जीते जाने तक खेल चलता रहेगा।
सबसे अधिक पत्ते जीतने वाला खिलाड़ी ही विजेता होगा।

विषय

आकृतियों की समरूपता (Similarity) ***और सर्वांगसमता*** (Congruence)

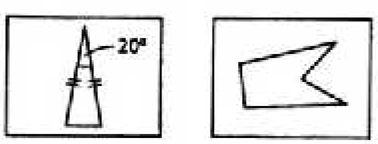
- वे द्विआयामी आकृतियां जिनकी संगत भुजाएं अनुपात में हों और संगत कोण एक समरूप हों, एक दूसरे के बराबर होती हैं।
- वे द्विआयामी आकृतियां तब समरूप होंगी जब वो एक-दूसरे का बड़ा या छोटा रूप हों।
- वे द्विआयामी आकृतियां तभी सर्वांगसम होंगी जब उनके आकार और नाप दोनों ही एक समान होंगे।

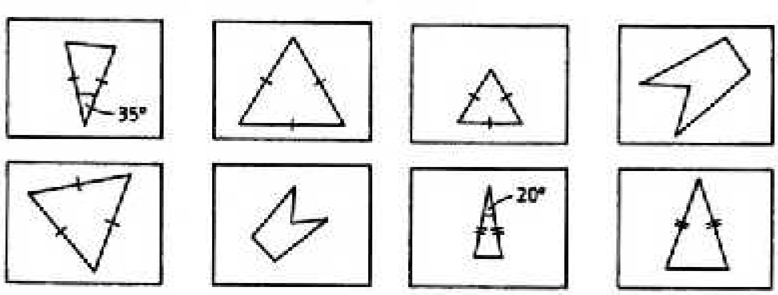
खेल: स्नैप (2)

दो या उससे अधिक खिलाड़ियों के लिए खेल।

इसके लिए आपको ऐसे 20 कार्ड चाहिए होंगे जिन पर आकृतियां बनी हों। कार्ड की कुछ जोड़ियों पर समरूप और कुछ पर सर्वांगसम आकृतियां बनाएं। यह खेल भी ऊपर बताए गए खेल स्नैप (1) की तरह ही खेला जाएगा।

अगर ऊपर के दो कार्ड समरूप या सर्वांगसम हों तो खिलाड़ी तुरंत 'समरूप' या 'सर्वांगसम' चिल्लाए। इससे वो नीचे पड़े कार्ड की गड्डी जीत जाएगा।





विषय

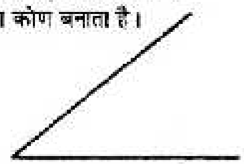
कोणों के नाप का अनुमान लगाना

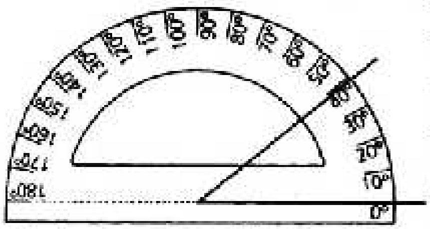
- कोण, मोड़ की एक माप है। इसे अंशों में नापा जाता है।
- कोण कई प्रकार के होते हैं। न्यून (90° से कम), समकोण (90°), अधिक कोण (90° से अधिक और 180° से कम) और बृहत्कोण (180° से अधिक)।

आवश्यक सामान

- *एक चांदा*

दूसरा खिलाड़ी बिना चांदे के 49° का कोण बनाता है।





परंतु कोण केवल 39° का ही निकला। इसलिए दूसरे खिलाड़ी को 10 अंक (49° - 39°) मिलेंगे।

खेल: कोण का अनुमान लगाना

दो लोगों के लिए खेल।

खेल - एक

पहला खिलाड़ी कोई भी कोण चुने जैसे 49°। दूसरा खिलाड़ी बिना चांदे की सहायता के केवल अपने अनुमान से यह कोण बनाए। पहला खिलाड़ी अब इस कोण को चांदे से नापे। असली कोण और बनाए हुए कोण के बीच का अंतर दूसरे खिलाड़ी के अंक होंगे। उदाहरण के लिए दूसरे खिलाड़ी ने जब कोण को नापा तो वह केवल 39° का ही निकला। इसलिए दूसरे खिलाड़ी को 10 अंक (49° - 39°) मिलेंगे।

दोनों खिलाड़ियों को बारी-बारी से खेलने का मौका मिलेगा। अंत में जिसके सबसे कम अंक होंगे वही खिलाड़ी जीतेगा।

खेल - दो

पहले दोनों खिलाड़ी सफेद कागज़ों पर 15 अलग-अलग कोण बनाएं। उसके बाद वे कागज़ों को आपस में बदलें और एक-दूसरे द्वारा बनाए कोणों का अनुमान लगाएं। फिर वह हरेक कोण को चांदे से नापकर अपने अंदाज और शुद्ध माप की तुलना करें। कोणों के शुद्ध माप और अनुमान के बीच जो कुछ अंतर होगा, उतने ही अंक खिलाड़ियों को मिलेंगे। जिस खिलाड़ी को सबसे कम अंक मिलेंगे वही जीतेगा।

प्रायोगिक कार्य

यहां प्रायोगिक काम में तीन चीजें करनी होंगी:

- अलग-अलग प्रकार की वस्तुओं के इस्तेमाल से चीजें बनाना। इसमें नापने और अनुमान लगाने के गणितीय कौशलों के साथ-साथ स्थान सम्बंधी (Spatial) रिश्तों की समझ भी होना जरूरी है।
- गणित की किसी अवधारणा या किसी सम्बंध का एक ठोस मॉडल बनाना।
- गणित से असली जिंदगी के कुछ व्यवहारिक काम करना जैसे बाज़ार से खरीदारी, बाहर जाने की योजना या किसी के आयोजन की रूपरेखा आदि।

प्रायोगिक, ठोस काम करते समय हम हमेशा चीजों का उपयोग करते हैं।

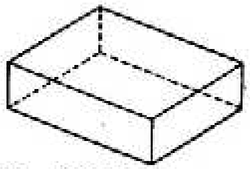
विषय

आकृतियां, जाल, क्षेत्रफल, आयतन, नापना, स्केल-ड्राइंग

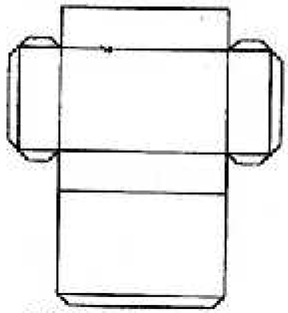
गतिविधि: डिब्बा डिज़ाइन करना

एक फलवाली किसी दूसरे बड़े शहर के व्यापारियों को फल बेचना चाहती है। उसे फलों को दूसरे शहर तक सुरक्षित और सस्ते में पहुंचाना है। इसके लिए उसे एक ऐसा डिब्बा चाहिए जिसमें एक साथ चार फल फिट बैठें। डिब्बे में फल लुढ़के नहीं। लुढ़कने से फल खराब हो जाएंगे। डिब्बा इतना मजबूत हो कि वह उठाने पर टूटे नहीं।

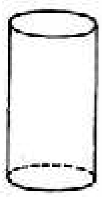
दो-दो छात्रों की जोड़ियां इस फल के डिब्बे का डिज़ाइन करें। इसके लिए छात्रों को अपने-अपने डिज़ाइनों की स्केल-ड्राइंग बनानी होंगी। अंत में चार अलग-अलग डिज़ाइनों की तुलना करके, फलवाली के लिए सबसे उपयुक्त डिब्बे का डिज़ाइन चुनें। छात्र डिज़ाइन चुनने के बाद स्केल-ड्राइंग के अनुसार कार्डशीट से डिब्बों के कुछ मॉडल भी बनाएं और वे उनका परीक्षण भी करें।



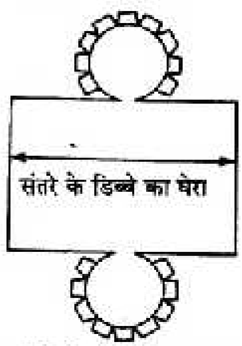
केले रखने के लिए डिब्बा



केले के डिब्बे का जाल



संतरे रखने के लिए डिब्बा



संतरे के डिब्बे का जाल

सबसे उपयुक्त डिब्बे को चुनने के लिए छात्रों को निम्न बिन्दुओं पर ध्यान देना होगा:

- **आकार**
  - अलग-अलग आकार के डिब्बों की मजबूती
  - डिब्बे का आकार ऐसा हो जिसमें, सबसे कम कार्डशीट लगे
  - डिब्बे का आकार ऐसा हो जो अपने जैसे अन्य डिब्बों के साथ अच्छी तरह पैक हो सके
- **जाल**
  - डिब्बे के एक ही आकार को मोड़ने के लिए अलग-अलग जाल (Networks)
  - जाल मोड़कर डिब्बा बनाने के लिए गोंद के चिपकने वाले कानों के स्थान
  - कार्डशीट बेकार न हो इसलिए एक बड़ी शीट पर एक प्रकार के अधिक-से-अधिक जाल फिट हों
- **क्षेत्रफल**
  - वर्ग, आयत, त्रिकोण और बेलनाकार डिब्बों आदि की आकृतियों का सतही क्षेत्रफल
  - जाल का कुल सतही क्षेत्रफल (गोंद वाले कानों को मिलाकर)
  - डिब्बे के किस आकार में सबसे कम कार्डशीट खर्च होगी
- **आयतन**
  - भिन्न-भिन्न आकार के डिब्बों के आयतन
  - डिब्बे में फल लुढ़कें नहीं इसके लिए डिब्बे का न्यूनतम आयतन कितना हो
- **माप**
  - फलों को अलग-अलग तरीकों से सजाने पर उनका माप
  - किस सजावट में फल कम-से-कम जगह घेरेंगे
  - चुने हुए डिब्बे के आकार का एकदम सही माप
- **स्केल ड्राइंग**
  - कौन-सा पैमाना इस्तेमाल करें
  - डिब्बे की लम्बाई, चौड़ाई आदि को चुने पैमाने के अनुसार बदलें
  - डिब्बे और उसके जाल का एक सही रेखाचित्र कैसे बनाएं

वि ष य

शुद्ध माप, ग्राफ और सम्बंध

गतिविधि: 10 सेकेंड

आवश्यक सामान:

- डोर
- *ड्राइंग पिनें*
- *एक स्केल*
- *एक घड़ी*
- *कुछ बाट जैसे पत्थर*

एक ऐसा दोलक डिज़ाइन करें, जिससे कि 10 सेकेंड को एकदम सही नापा जा सके। दोलक 10 सेकेंड में एकदम 10 दोलन पूरे करे। अलग-अलग भार और डोर की लम्बाई से तब तक प्रयोग करें जब तक दोलक, 10 सेकेंड में 10 दोलन पूरे नहीं करता है।

- **शुद्ध माप**

  छात्र डोर से लटके पत्थरों का भार 10 दोलनों का समय और डोर की लम्बाई आदि मालूम करें।

■ ग्राफ और सम्बंध

छात्र सोचकर तय करें कि 10 दोलनों के समय पर किस चीज़ का मुख्य असर है और वो उसे किस प्रकार प्रभावित करता है। उदाहरण के लिए डोर की लम्बाई को कम-ज़्यादा करने या पत्थर के भार को घटाने-बढ़ाने से 10 दोलनों के समय पर क्या असर पड़ेगा? इन सम्बंधों को खोजने के लिए छात्र समय और डोर की लम्बाई व समय और भार के बीच ग्राफ बना सकते हैं।

वि
ष
य

अनुमान, क्षेत्रफल, व्यतिक्रमानुपात (Inverse proportion)
स्केल ड्राइंग, पाईथागोरस का प्रमेय, त्रिकोणमिति

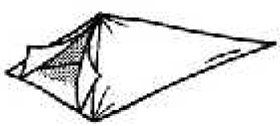
गतिविधि: कपड़े का तम्बू

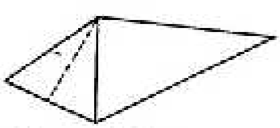
छात्रों को निम्न समस्या दें।

तुम अपने मित्र के साथ यात्रा कर रहे हो। रात को ठहरने के लिए तुम लोगों के पास कोई जगह नहीं है। तुम्हारे पास सिर्फ 4 मीटर लम्बा और 3 मीटर चौड़ा एक कपड़े का टुकड़ा है। इसका उपयोग करके एक सुरक्षित तम्बू बनाओ जिससे कि तुम हवा और बारिश से बच सको।

तय करें:

- लेटने के लिए तुम्हें कितनी जगह चाहिए होगी
- तम्बू के लिए कौन-सा आकार सबसे उपयुक्त होगा
- तम्बू को सहारा देने के लिए तुम किन-किन चीजों का प्रयोग करोगे? मसलन पेड़, पत्थर आदि?

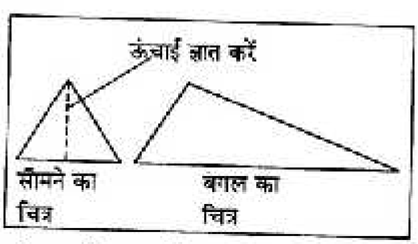




तम्बू का तीन-आयामी चित्र

छात्रों की मदद के लिए उन्हें निम्न सुझाव दें:

- वे संभावित तम्बुओं के रेखाचित्र (स्केल ड्राइंग) बनाएं
- जिस तम्बू के डिजाइन को वे चुनें उसका एक मॉडल बनाएं
- तम्बुओं की ऊंचाई और लम्बाई का अनुमान लगाएं।



चित्र का पैमाना (स्केल ड्राइंग) 1: 50

तम्बू की डिजाइन समस्या का हल खोजने के लिए छात्र :

■ **अनुमान लगाएं**
  - उन लोगों की ऊंचाई का, जो तम्बू का इस्तेमाल करेंगे
  - तम्बू के फर्श के क्षेत्रफल का

■ **क्षेत्रफल ज्ञात करना**
  - तम्बुओं के डिज़ाइन में फर्श अलग-अलग आकार का हो सकता है जैसे आयताकार, वर्गाकार, नियमित और अनियमित बहुभुज आकार, त्रिकोण और गोल

■ **व्यतिक्रमानुपात की समझ**
  - उदाहरण के लिए जैसे-जैसे तम्बू की ऊंचाई बढ़ेगी वैसे-वैसे उसके फर्श का क्षेत्रफल भी कम होगा

■ **संभावित तम्बुओं के डिज़ाइनों की स्केल ड्राइंग बनाना**
  - इसके लिए पहले तम्बू की एक या दो भुजाओं की नाप निश्चित करें जैसे लम्बाई, त्रिज्या आदि

■ **पाईथागोरस की प्रमेय और त्रिकोणमिति का प्रयोग करें**
  - इस विधि से तम्बू की अन्य भुजाओं और कोणों की माप ज्ञात करें।

विषय

संभाविता

- किसी प्रयोग को बार-बार दोहराने पर उसके अंतिम परिणाम अलग-अलग हो सकते हैं।
- सापेक्षिक आवृत्ति के उपयोग से संभाविता का अनुमान लगाया जा सकता है।
- प्रयोग जितनी अधिक बार दोहराया जाएगा उसकी सापेक्षिक आवृत्ति, सैद्धांतिक आवृत्ति के उतने ही करीब पहुंच जाएगी।

गतिविधि: छूकर पता करो

एक थैले में अलग-अलग रंग के मोती डालें। छात्रों को बता दें कि थैली में 9 मोती हैं। उदाहरण के लिए - 5 लाल, 3 काले और 1 पीला मोती। फिर किसी भी छात्र से थैले में से एक मोती निकालने के लिए कहें। मोती निकालने के बाद छात्र उसे पूरी कक्षा को दिखाए और बाकी छात्र मोती का रंग नोट करें। उसके बाद छात्र मोती को थैले में वापस डाल दे। इस प्रयोग को कम-से-कम 100 बार दोहराएं। अंदाज लगाकर छात्रों को बताना है कि थैले में कौन-से रंग के कितने मोती हैं। जब छात्र सही अनुमान लगा लें, तब प्रयोग खत्म करें।

आवश्यक सामान:

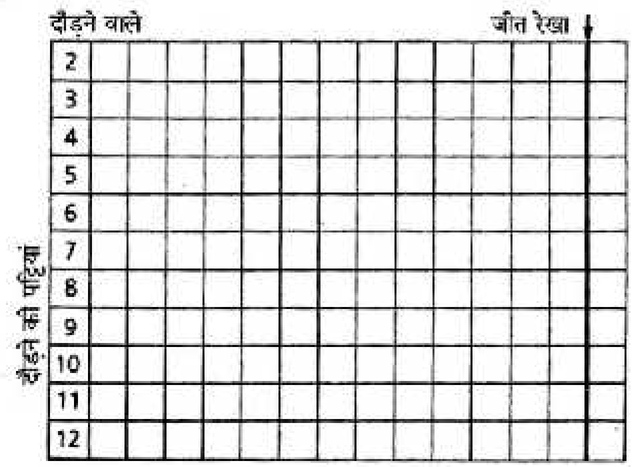
- *दौड़ के लिए चित्र में दिखाया चौखानों का बोर्ड*
- *दो पासे*
- *हरेक खिलाड़ी के लिए एक छोटा पत्थर जिसे कि दौड़ की सड़क पर आगे बढ़ाया जा सके*

गतिविधि: तेज़ दौड़

दो पासों को एक साथ फेंकें और उनकी संख्याओं को जोड़ें। जो खिलाड़ी इस जोड़ की संख्या के स्थान पर बैठा हो वो एक खाना आगे चले। उदाहरण के लिए

⚂ + ⚅ = 9, इसलिए 9 नंबर पर स्थित खिलाड़ी, एक खाना आगे बढ़े।

इसे खेलें और देखें कि कौन खिलाड़ी सबसे पहले जीत रेखा तक पहुंचता है। खेल को कई बार दोहराएं। क्या पहली बार का विजेता, बार-बार जीतता है? क्या यह खेल निष्पक्ष और सही है? किस खिलाड़ी के जीतने की संभाविता, सबसे अधिक है? किसके जीतने की संभावना सबसे कम है? खेल सही और पक्षपातरहित हो, इसके लिए खेल के नियमों या बोर्ड को बदलें।



विषय

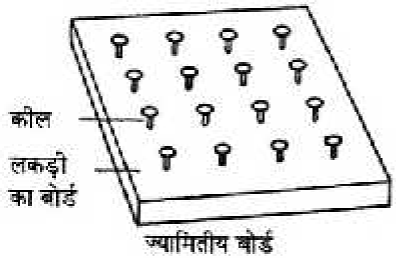
त्रिभुज, चतुर्भुज, सर्वांगसमता, सदिश (Vectors)

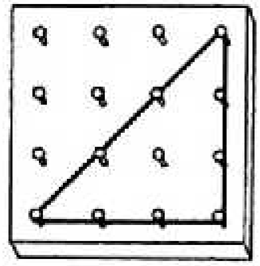
आवश्यक सामान:

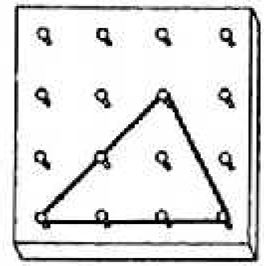
- *कीलें*
- *लकड़ी का बोर्ड*
- *डोर, रबर के छल्ले*

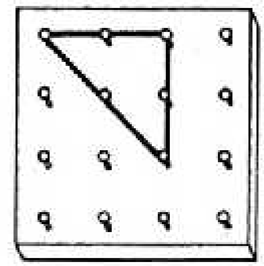
गतिविधि: ज्यामितीय बोर्ड पर विभिन्न आकृतियों की खोजबीन करना

अलग-अलग आकार और नाप के कुछ ज्यामितीय बोर्ड बनाएं। छात्र चाहें तो, बोर्ड की कीलों पर डोर बांधकर या रबर के छल्ले फंसाकर विभिन्न आकृतियां जैसे त्रिभुज, चतुर्भुज आदि बना सकते हैं। फिर वे इनके गुणधर्म और क्षेत्रफल की खोजबीन कर सकते हैं।



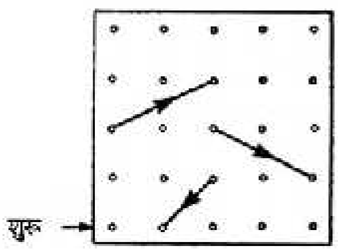






उदाहरण के लिए:

- 3 × 3 के बोर्ड पर विभिन्न प्रकार के कुल कितने त्रिभुज बनाए जा सकते हैं? इन त्रिभुजों को कोणों की माप, भुजाओं की लम्बाई, सममिति रेखा, घुमावदार सममिति आदि के आधार पर, अलग-अलग समूहों में रखें।
- 4 × 4 के ज्यामितीय बोर्ड से कितने तरह के चतुर्भुज बनाए जा सकते हैं? इन चतुर्भुजों को उनके कोणों की माप, भुजाओं की लम्बाई, सममिति की रेखाओं, घुमावदार सममिति के क्रम और कर्णों के आधार पर, अलग-अलग समूहों में रखें। विभिन्न चतुर्भुजों का क्षेत्रफल भी मालूम करें।
- 4 × 4 के ज्यामितीय बोर्ड को कितने तरीकों से:
  - दो सर्वांगसम हिस्सों में बांटा जा सकता है?
  - चार सर्वांगसम भागों में बांटा जा सकता है?



- चित्र में एक 5 × 5 का ज्यामितीय बोर्ड दिखाया गया है। दिखाए गए तीनों वैक्टर की मदद से आप इस बोर्ड पर अधिकतम कितने बिन्दुओं तक पहुंच सकते हैं। इन बिन्दुओं तक पहुंचने के, कितने तरीके हो सकते हैं? इसके लिए आप हमेशा, एक ही बिन्दु से शुरू करें। तीनों वैक्टर की चाल को, किसी भी क्रम में, जितनी बार चाहें, इस्तेमाल करें। अलग-अलग नाप के ज्यामितीय बोर्डों पर भी प्रयोग करें।

समस्याएं और पहेलियां

इस पद्धति में हम छात्रों को निश्चित हल वाली गणित की समस्याएं और पहेलियां सुलझाने के लिए प्रेरित करते हैं। इनकी मुख्य बात है कि इन्हें सुलझाते समय छात्रों को हल का तरीका खुद ही खोजना पड़ता है।

पहेलियां हल करने से छात्रों में सोचने के कौशल विकसित होते हैं। गणित की कई ऐतिहासिक पहेलियां बहुत मशहूर हैं। इनसे छात्रों को गणित के इतिहास से भी परिचित कराया जा सकता है।

अक्सर पाठ्यपुस्तकों में दिए सवालों का छात्रों के जीवन से कोई सरोकार नहीं होता है। समस्याओं का समाधान खोजने के दौरान छात्रों में उपयुक्त तरीके चुनने का कौशल भी विकसित होगा।

2	7	6
9	5	1
4	3	8

विषय

बुनियादी जोड़ और घटाना

गतिविधि: जादुई वर्ग (Magic square)

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 के अंकों को 3 × 3 में सजाकर एक जादुई वर्ग बनाएं। इस जादुई वर्ग में, हरेक खड़ी कतार की संख्याओं का योग 15 होगा।

	8	

चित्र–1

16	6	x
2	y	18
z	14	4

चित्र-2

प्रत्येक आड़ी कतार की संख्याओं का जोड़ भी 15 होगा। दोनों विकर्ण की संख्याओं का योग भी 15 होगा। 15 को हम जादुई अंक कहेंगे।

- 1 से 9 तक के अंकों को 3 × 3 के जादुई वर्ग में सजाने के कितने अलग-अलग तरीके हो सकते हैं?
- चित्र-1 में दिखाए खाने में 8 के अंक को रखें और फिर हल खोजें?
- 1 से 16 तक के अंकों को 4 × 4 के जादुई वर्ग में 880 तरीकों से सजाया जा सकता है।
  अगर जादुई संख्या 34 हो तो आप इनमें से कितने तरीके खोज सकते हैं?
- दाईं ओर बने जादुई वर्ग (चित्र-2) में x, y, z के मान क्या होंगे? (यहां जादुई अंक 30 है)

1	9	2
3	8	4
5	7	6

विषय

तीन अंकों वाली संख्याओं का गुणा और भाग

गतिविधिः अंक और वर्ग

1 से 9 तक के अंकों को, वर्ग में इस प्रकार सजाया गया है जिससे कि दूसरी कतार 384, पहली कतार 192, की दुगनी है। तीसरी कतार 576, पहली कतार 192 की तिगुनी है। अब 1 से 9 तक के अंकों को किसी दूसरे तरीके से सजाएं ताकि तीनों कतारों की संख्याओं का रिश्ता नहीं बदले।

□ − □ = □
×
□ ÷ □ = □
=
□ + □ = □

विषय

जोड़-घटाना-गुणा-भाग, चारों एक-साथ

गतिविधिः खानों में अंक भरना

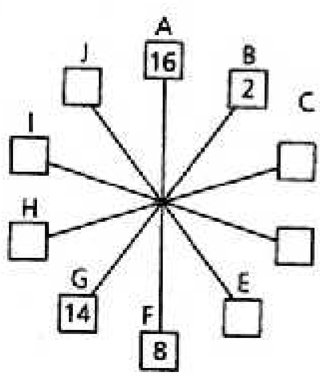
1 से 9 तक के अंकों को खानों में इस प्रकार भरें कि चारों समीकरण सही हों।

अब इन खानों में कुछ अन्य संख्याएं भरें जिससे चारों समीकरण सही बने रहें।

विषय

अंकों के वर्ग और संख्याओं का जोड़

■ किसी अंक के वर्ग के लिए उसे, उसी अंक से गुणा करें।



गतिविधिः वर्गों का गोला

खाली खानों में अंकों को इस प्रकार लिखें कि पास के दो खानों की संख्याओं के वर्गों का जोड़, विपरीत खानों की संख्याओं के वर्गों के जोड़ के बराबर हो।

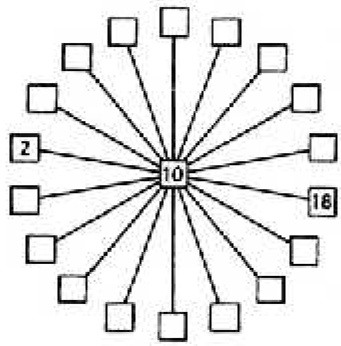
उदाहरण के लिए: $16^2 + 2^2 = 8^2 + 1$

वि ष य

जोड़

गतिविधि: जोड़ का गोला

1 से 19 तक की संख्याओं को खानों में इस प्रकार भरें जिससे कि हरेक सीधी रेखा पर स्थित, तीनों अंकों का जोड़ 30 हो।



वि ष य

पृष्ठीय क्षेत्रफल, आयतन और समान गुणनखंड

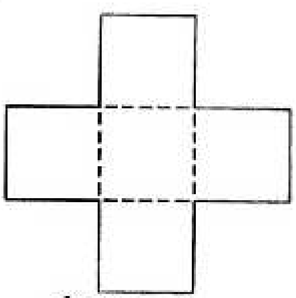
गतिविधि: डिब्बे की समस्या

किसी डिब्बे की ऊपरी सतह का क्षेत्रफल 120 वर्ग से.मी. है। डिब्बे की अन्य दो सतहों का क्षेत्रफल 96 वर्ग से.मी. और 80 वर्ग से.मी. है। डिब्बे का आयतन कितना होगा?

वि ष य

आकार और सममिति (Symmetry)

गतिविधि: ग्रीक क्रॉस



ग्रीक क्रास

चित्र में दिखाया ग्रीक क्रॉस पांच वर्गों से बना है।

- क्रॉस को पांच भागों में ऐसे काटें जिससे कि उन सभी टुकड़ों को जोड़कर एक वर्ग बनाया जा सके।
- क्रॉस को चार भागों में इस तरह काटें जिससे कि उन सभी टुकड़ों को जोड़कर एक वर्ग बनाया जा सके।
- कोशिश करें कि सभी टुकड़े एक ही नाप और आकार के हों।
- अलग-अलग आकार और नाप के टुकड़ों से भी कोशिश करके देखें।

वि ष य

समबाहु त्रिभुज और क्षेत्रफल

■ किसी भी समबाहु त्रिभुज की तीनों भुजाएं एक-बराबर होती हैं और उसके तीनों कोण भी एक समान होते हैं।

गतिविधि: माचिस की तीलियां

- माचिस की छह तीलियों को इस्तेमाल कर चार समबाहु त्रिभुज बनाएं।
- माचिस की 18 तीलियों को इस प्रकार सजाएं जिससे कि:
  - वे दो स्थान घेरें। पहले स्थान का क्षेत्रफल दूसरे से दो गुना हो।
  - वे चार भुजाओं वाले दो स्थान घेरें।
    पहले स्थान का क्षेत्रफल, दूसरे से तीन गुना होना चाहिए।
  - वे पांच भुजाओं वाले दो स्थान घेरें।
    पहले स्थान का क्षेत्रफल, दूसरे से तीन गुना होना चाहिए।

वि ष य

जोड़, स्थानीय मान

गतिविधि: संख्या बूझो

$\begin{array}{r} xxx \\ +yyy \\ +zzz \\ \hline abcd \end{array}$	$\begin{array}{r} y \\ +y \\ +y \\ \hline my \end{array}$

इन सवालों में अंकों की जगह अक्षर हैं। इन अक्षरों का मान 0 से 9 के बीच का कोई अंक है। जोड़ के इन प्रश्नों की मदद से प्रत्येक अक्षर का मान पता करें।

वि ष य

समीकरण बनाना और उन्हें हल करना

गतिविधि: संख्या मालूम करें

1. ऐसे दो पूर्णांक खोजें जिनका गुणनफल 221 हो।
2. ऐसे दो पूर्णांक खोजें जिनका गुणनफल 41 हो।
3. 20 साल पहले, मेरी आयु मां की उम्र से आधी थी। मेरी मां 38 वर्ष की हैं। मेरी उम्र क्या है?
4. वे दो संख्याएं बताएं जिनका जोड़ 20 हो और जिनके वर्गों का जोड़ 208 हो।
5. वे दो संख्याएं बताएं जिनका जोड़ 10 हो और जिनके घनफलों का जोड़ 370 हो।
6. वो कौन सी संख्या होगी जिसे $3\frac{3}{4}$ में जोड़ने से और $3\frac{3}{4}$ से गुणा करने पर एक ही उत्तर मिले।

वि ष य

प्रतिशत

गतिविधि: प्रतिशत सम्बंधी समस्याएं

1. किसी राशि में 20 प्रतिशत की बढ़त होती है। मैं नई राशि को कितने प्रतिशत घटाऊं जिससे कि मुझे मूल रकम वापस मिल जाए?
2. एक आयत की लम्बाई 20 प्रतिशत बढ़ती है और चौड़ाई 20 प्रतिशत घटती है। उसके क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत का फर्क आएगा?
3. पहले घन का आयतन दूसरे घन से 20 प्रतिशत अधिक है। दोनों घनों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

वि ष य

संभाविता

गतिविधि: संभाविता सम्बंधी समस्याएं

- किसी भी घटना की सैद्धांतिक संभाविता ज्ञात करने के लिए प्रयोग की सभी संभाविताओं को दर्ज करना पड़ेगा।
- किसी भी घटना की सैद्धांतिक संभाविता जानने के लिए उस घटना के घटने की संभावित संख्या में, कुल घटने वाली संभाविताओं से भाग दें।

1. मेरे पास दो पासे हैं। मैं उन्हें फेंकता हूं और उनका अंतर मालूम करता हूं। अंतर 2 हो, इसकी संभाविता क्या होगी? 0 और 6 के बीच के अन्य अंतरों के आने की संभाविता क्या होगी?
2. मैं अलग-अलग कार्डों पर कक्षा के अलग-अलग छात्रों के जन्म के महीने की क्रम संख्या लिखता हूं (जैसे नवम्बर के महीने की क्रम संख्या होगी 11, जनवरी की 1 आदि)। फिर कार्डों को मिलाकर उनमें से दो कार्ड चुनता हूं। उनका जोड़, सम संख्या हो इसकी संभाविता कितनी होगी? उनका जोड़, विषम संख्या हो इसकी संभाविता कितनी होगी? ये दोनों संभाविताएं बराबर कब होंगी?

3. पांच सिक्के एक साथ उछालें। अगर पांचों चित (हेड) या पट (टेल) आएं तो आप जीतेंगे। अगर ऐसा नहीं हो, तो आप जितने चाहें उतने सिक्कों को दो बार और उछालें। इस प्रकार तीन बार उछालने पर पांच हेड या पांच टेल मिलने की संभाविता क्या होगी?
4. आपके पास आठ गोल चकती हैं। उन पर एक ओर 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 और 128 की संख्याएं लिखी हैं। चकतियों की उल्टी सतहों पर शून्य लिखा है। चकतियों को फेंकें और उन पर लिखी संख्याओं को जोड़ें। संख्याओं का जोड़ कम-से-कम 70 हो, इस बात की संभाविता क्या होगी?
5. तीन पासों को इकट्ठे फेंकें। किस बात की संभाविता अधिक होगी:
तीनों अंकों के जोड़ को 3 से भाग दिया जा सके या तीनों अंकों के गुणनफल को 4 से भाग दिया जा सके?

गणित में खोजबीन

कई शिक्षक छात्रों को कुछ गणित सिखा कर, उनसे उसका अभ्यास करने को कहते हैं। सिखाने का इससे एक अलग तरीका भी संभव है। इसमें छात्रों को शिक्षक एक चुनौती भरी समस्या सुझाता है। समस्या का हल खोजते समय, छात्रों को खुद नई गणित की खोज करने और कुछ अभ्यास करने का मौका मिलेगा। शिक्षकों का काम छात्रों के लिए सही चुनौतियां ढूंढना है। ऐसी चुनौतियां जो छात्रों की क्षमताओं और कौशलों से मेल खाती हों।

जांच-परख करने के दौरान यह जरूरी है कि छात्र निम्न बातों को खुद तय करें:

- कहां से शुरू करें
- चुनौती का किस प्रकार सामना करें
- समस्या के हल के लिए किस प्रकार का गणित उपयोग करें
- जो कुछ उन्होंने खोजबीन की है उसका वर्णन किस प्रकार करें
- दूसरों को अपनी खोज के बारे में किस प्रकार बताएं।

इस जांच-पड़ताल को हम खुला कह सकते हैं क्योंकि इसमें छात्रों के चुनने के लिए बहुत सी संभावनाएं मौजूद हैं। इस खण्ड में गणित के ऐसे कई प्रकरण दिए हैं जिनकी जांच-पड़ताल को एकदम शुरुआत से करना संभव है। खोजबीन कहां से शुरू की जाए उसके सुझाव भी दिए हैं।

वि ष य

रैखिक समीकरण और सीधी रेखा की ग्राफ

- समीकरण को एक ग्राफ से दर्शाया जा सकता है।
- समीकरण और ग्राफ के आकार में परस्पर सम्बंध होगा।
- $y = mx + c$ प्रकार के रैखिक समीकरण को एक सीधी रेखा के ग्राफ से दर्शाया जा सकता है।
- यहां पर m सीधी रेखा का ढाल निरूपित करता है। y अक्ष को सीधी रेखा जहां काटेगी वह c का मान होगा।

रैखिक समीकरणों के ग्राफ की जांच-पड़ताल

ब्लैकबोर्ड पर लिखें:

संख्या y का मान, संख्या x से 1 अधिक है।

इस नियम के अनुसार छात्रों से तीन निर्देशांकों की जोड़ियां लिखने को कहें। फिर उनके ग्राफ बनाएं।

नियम को बदलें:

y संख्या का मान, x संख्या से दो अधिक है।

इस नियम के अनुसार छात्रों से तीन निर्देशांकों की जोड़ियां लिखने को कहें। पहले वाले अक्षों पर ही नए ग्राफ बनाएं।

छात्रों से पूछें कि सीधी रेखाओं के ढाल और y अक्ष पर उनके द्वारा बनाए चाप (रेखाखण्ड) के बारे में, क्या उन्हें कोई विशेष बात दिखाई दी।

छात्रों से इन नियमों को ब्लैकबोर्ड पर बीजगणितीय समीकरणों के रूप में लिखने को कहें। उसके बाद छात्र निम्न नियमों के ग्राफ बना सकते हैं:

- y संख्या = x संख्या से दो गुनी है
- y संख्या = x संख्या से तीन गुनी है
- y संख्या = x संख्या से तीन गुनी और 1 अंक अधिक है।

छात्रों से इन नियमों को बीजगणितीय समीकरणों के रूप में लिखने को कहें।

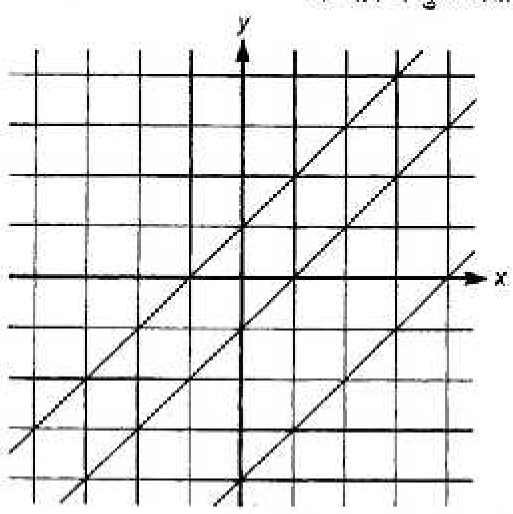
छात्र खुद अध्ययन करें और सीधी रेखा के ग्राफ और रैखिक समीकरणों के सम्बंधों को खोजें। नीचे दिए निर्देश इसमें सहायक होंगे।

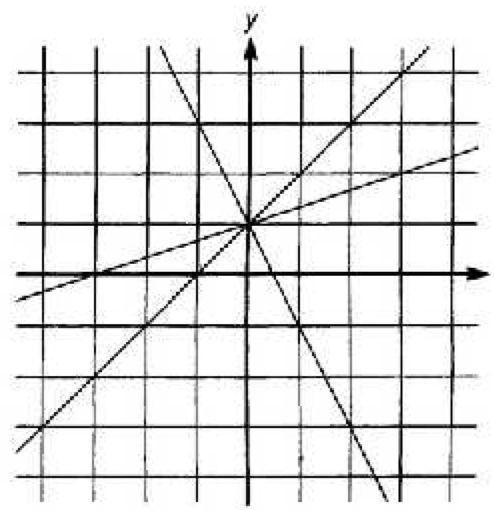
सीधी रेखा के ग्राफ के बारे में अपने नियम बनाएं। तीन निर्देशांकों के आधार पर इन नियमों के ग्राफ बनाएं।

ऋण संख्याओं, भिन्नों और पूर्णांकों के बारे में भी इसी तरह के नियम बनाएं।

प्रत्येक नियम के लिए समीकरण लिखें। सीधी रेखा के हर ग्राफ पर उसका समीकरण भी लिखें।

ग्राफ में रेखाओं के ढाल और y अक्ष पर उनके चाप के बारे में आपको जो भी नमूने दिखें, उनका वर्णन करें। क्या ग्राफ के समीकरण आपको ढाल और y अक्ष पर चाप के बारे में कुछ बताते हैं?





विषय

आकृतियों का क्षेत्रफल और उनकी परिधि

- क्षेत्रफल, किसी भी आकृति के अन्दर जगह की मात्रा है।
- परिमिति, किसी भी आकृति के बाहरी घेरे की माप है।
- क्षेत्रफल को चौखाने गिनकर मालूम किया जा सकता है।

क्षेत्रफल और परिमिति सम्बंधी खोजबीन

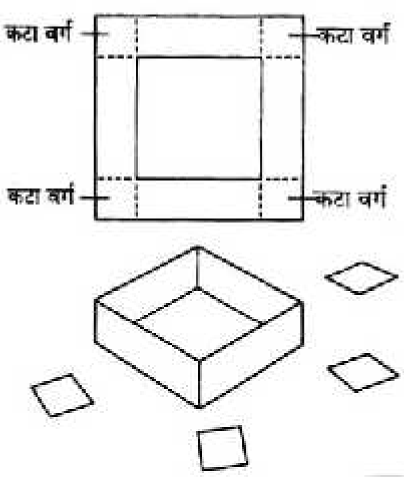
1. एक किसान के पास बांस के 12 टुकड़े हैं इनसे उसे, अपने खेत के चारों ओर एक बाड़ बनानी है। हरेक टुकड़ा 1 मीटर लम्बा है। किसान का खेत आयताकार है। वह अधिक-से-अधिक कितने बड़े क्षेत्रफल में बाड़ लगा सकता है? वह कम-से-कम कितने बड़े क्षेत्रफल को घेर सकता है?
   अब किसान के पास बांस के 14 टुकड़े हैं। हरेक टुकड़ा 1 मीटर लम्बा है। वह इनसे कितना बड़ा और कितना छोटा खेत घेर सकता है?
   कम या ज़्यादा बांस के टुकड़ों से जांच-पड़ताल करें।
2. एक किसान के पास बांस के 12 टुकड़े हैं। हरेक टुकड़ा 1 मीटर लम्बा है। इनसे किसान किसी भी आकार का खेत घेर सकता है।
   किसान इनसे अधिक-से-अधिक कितना बड़ा खेत घेर सकता है?
   कितना, छोटे-से-छोटा खेत घेर सकता है?
   कम या ज़्यादा बांस के टुकड़ों से जांच-पड़ताल करें।
3. आपके पास एक रस्सी है जिसकी लम्बाई 36 मीटर है।
   उन सब आकृतियों का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिनकी परिमिति 36 मीटर होगी।
4. एक ज़मीन के टुकड़े का क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर है।
   उसके चारों ओर बाड़ लगाने में कितने मीटर तार की आवश्यकता होगी?

विषय

ठोस चीज़ों का आयतन और पृष्ठीय क्षेत्रफल

- कोई भी ठोस चीज आकाश में जितना स्थान घेरती है, वही उसका आयतन होता है।
- ठोस वस्तुओं का आयतन, इकाई घनों को गिनकर मालूम किया जा सकता है।
- ठोस वस्तु को बनाने वाले जाल का क्षेत्रफल ही, उसका पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा।
- नियमित आकृतियों का पृष्ठीय क्षेत्रफल इकाई घनों को गिनकर या फिर हिसाब लगाकर ज्ञात किया जा सकता है।

ठोस वस्तुओं के आयतन और पृष्ठीय क्षेत्रफल की जांच–पड़ताल



1. एक कागज की शीट लें। उससे सबसे अधिक आयतन का डिब्बा कैसे बनाएंगे?
2. आपको एक डिब्बा बनाना है जिसकी क्षमता 96 घन से.मी. हो। डिब्बे किसी भी आकार के हो सकते हैं। उन्हें बनाने के लिए न्यूनतम कितनी कार्डशीट लगेगी?
3. आपके पास कार्ड का एक टुकड़ा है जो 24 से.मी. लंबा और 8 से.मी. चौड़ा है। आप इस कार्ड के कोनों से, वर्गाकार टुकड़े काट कर और किनारों को मोड़कर, एक डिब्बा बना सकते हैं। इससे आप सबसे अधिक आयतन वाला एक डिब्बा बनाएं। कोनों से कटे वर्गों की भुजा की लम्बाई कितनी होगी? अलग-अलग नाप के कार्ड के वर्गाकार टुकड़ों से डिब्बे बनाएं। आयताकार कार्डों से भी कोशिश करें।
4. आपके पास एक आयताकार कार्ड है जो 24 से.मी. लम्बा और 8 से.मी. चौड़ा है। इससे बनने वाले सबसे बड़े बेलनाकार डिब्बे (सिलेंडर) की क्षमता क्या होगी?
5. आपको एक बेलनाकार डिब्बा बनाना है जिसका आयतन 80 घन से.मी. हो। इसे बनाने के लिए कम-से-कम कितने नाप के कार्ड की ज़रूरत होगी?

विषय

युगपत समीकरण (Simultaneous Equations)

- युगपत समीकरण अक्सर दो समीकरणों की जोड़ियां होते हैं। दोनों में अज्ञात समान राशियां होती हैं। उदाहरण के लिए:

$$x + y = 10$$
$$x - y = 4$$

- युगपत समीकरण को हल करने पर दोनों समीकरण में अज्ञात राशियों का मान एक समान होगा। उदाहरण के लिए ऊपर के दोनों समीकरण में $x = 7$ और $y = 3$ है। युगपत समीकरण में एक समीकरण को दूसरे के बिना हल करना असंभव होगा।

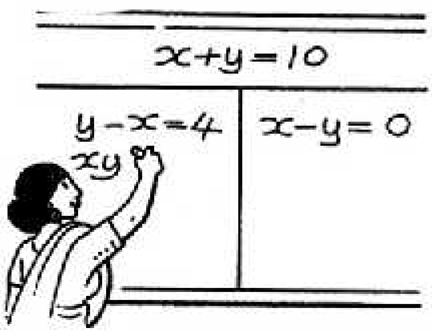
युगपत समीकरणों की जांच-पड़ताल

युगपत समीकरण के परीक्षण और सुधार के बाद समीकरणों के नियम और प्रतिस्थापन विधि लागू करके हल किया जा सकता है।

पहले बोर्ड पर समीकरण लिखें, उदाहरण के लिए $x + y = 10$

उसके बाद बोर्ड को दो हिस्सों में बांटें। हरेक छात्र से निम्न बातें करने को कहें:

- x और y की जोड़ी के ऐसे मान सोचें जिनसे कि बोर्ड पर लिखी समीकरण सच हो। वे अभी किसी को भी अपना सोचा हुआ मान नहीं बताएं ।
- सोचे हुए x और y के मानों के लिए एक अन्य समीकरण बनाएं।



अब एक-एक कर छात्रों को उनके द्वारा बनाए समीकरण बताने के लिए आमंत्रित करें। अगर उनके समीकरण, शिक्षक के बनाए समीकरण के मान के साथ काम करे तो उसे बाएं हिस्से में लिखें। अगर नहीं, तो उसे दाएं हिस्से में लिखें। छात्रों से कहें:

- कि वे प्रत्येक समीकरण के लिए x और y के मान ज्ञात करें।
- कि उन्होंने हरेक युगपत समीकरण की जोड़ी को किस प्रकार हल किया है, उस पर चर्चा करें।

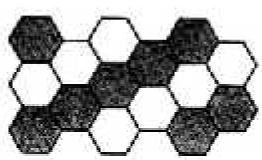
बोर्ड पर लिखे समीकरणों की दोनों सूचियों का अध्ययन करें:

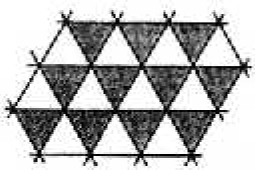
- क्या कुछ जोड़ियां एक-समान हैं?
- क्या इनमें ऐसे समीकरण है जिन्हें किसी एक या दो समीकरणों से पाया जा सके?

वि षय

फर्श पर टाइल लगाना (Tessellation)

- टेसिलेशन में एक नमूने को बार-बार दोहराकर एक से अधिक दिशाओं में, फर्श पर टाइल जैसे चिपकाया जाता है। इसमें कोई भी स्थान खाली नहीं छूटता है।
- अर्ध-नियमित टेसिलेशन में दो नमूनों को बार-बार, एक से अधिक दिशाओं में रिक्त स्थान छोड़े बिना दोहराया जाता है।
- कोई भी नियमित आकार, तभी टेसिलेट करेगा जब, उसका आंतरिक कोण $360°$ का गुणनखण्ड होगा।
- अर्ध-नियमित टेसिलेशन तभी काम करते हैं जब दोनों नमूनों के आंतरिक कोणों का योग $360°$ होता है।





टेसिलेशन सम्बंधी खोजबीन

छात्रों को कुछ नियमित बहुभुज आकृतियां दें। उनसे मालूम करने को कहें कि

- ऐसे कौन से आकार हैं जिन्हें अकेले इस्तेमाल करके किसी सतह को पूरी तरह ढंका जा सकता है?
- ऐसे कौन से दो आकार हैं जिनसे किसी सतह को बिना रिक्त स्थान छोड़े, ढंका जा सकता है?
- कुछ आकार खुद ही टेसिलेट करते हैं जबकि कुछ किसी दूसरे आकार के साथ मिलकर। ऐसा क्यों होता है, समझाएं?

वि य य

गोले की परिधि, त्रिज्या, व्यास और क्षेत्रफल के बीच सम्बंध

- गोले की परिधि का सूत्र होता है– $2\pi r$
- गोले के क्षेत्रफल का सूत्र होता है– πr^2
- इस अभ्यास के लिए π का मान 3.14 मानें

गोलों का परीक्षण

आवश्यक सामान:
- *गोल टीन के डिब्बे*
- *गोल वस्तुएं जैसे थाली, कटोरी, ढक्कन आदि*
- *अलग-अलग नाप के गत्ते के गोले*

कई प्रकार के टीन के गोल डिब्बों और अन्य गोल वस्तुओं की त्रिज्या और व्यास नापें। प्रत्येक गोल वस्तु की परिधि और उसका क्षेत्रफल भी मालूम करें।

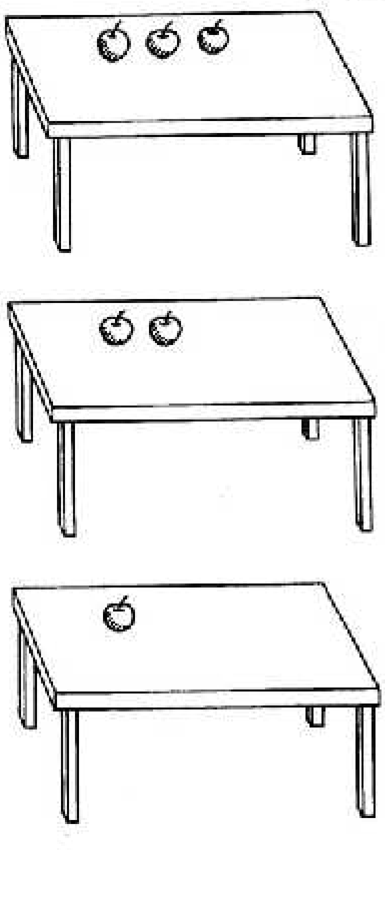
अपने सारे नतीजों की एक तालिका बनाएं।
अब निम्न के बीच रिश्ते खोजने की कोशिश करें:

- त्रिज्या और व्यास
- त्रिज्या और परिधि
- त्रिज्या और क्षेत्रफल

त्रिज्या	व्यास	परिधि	क्षेत्रफल

वि ष य

भिन्न, दशमलव और प्रतिशत



भिन्न, दशमलव और प्रतिशत का परीक्षण

तीन मेजों पर दिखाए अनुसार 6 फल रखें। सभी फल एक ही तरह के हों जैसे 6 केले या 6 सेब। सभी फल देखने में लगभग एक ही नाप के हों।

अब कक्षा के बाहर 10 बच्चों को लाइन में खड़ा करें। बच्चों से एक-एक करके कक्षा में आने को कहें। हर बच्चा उस मेज पर बैठे जहां उसे सबसे ज़्यादा फल मिलने की संभावना दिखे।

बच्चों की कक्षा में दाखिल होने से पहले बाकी छात्रों से इन प्रश्नों पर चर्चा करें:

- छात्रों की राय में दाखिल होने वाले बच्चे कहां पर बैठेंगे?
- हरेक बच्चे को कितने फल मिलेंगे?
- अगर बच्चों को मेज बदलने की छूट होगी तो क्या वे मेज़ बदलेंगे?
- क्या सबसे पहले या सबसे अंत में जाना अच्छा होगा?
- लाइन में खड़े होने की सबसे अच्छी जगह कौन-सी होगी?

जब सभी 10 बच्चे, मेजों पर आकर बैठ जाएं, तब छात्रों से निम्न चीजें करने को कहें:

- हरेक बच्चे को कितना फल मिलेगा यह लिखें। फल की मात्रा को भिन्न और दशमलव दोनों में लिखें।
- जिस बच्चे को सबसे अधिक फल मिला हो उसकी मात्रा लिखें। यह मात्रा मेज पर मौजूद फलों की कितने प्रतिशत है यह भी लिखें।

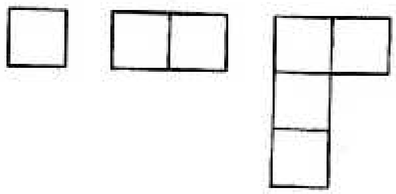
इस गतिविधि को अन्य बच्चों के साथ भी दोहराएं। इस प्रयोग को मेज़ों की संख्या, फलों की संख्या और लाइन में खड़े बच्चों की संख्या बदलकर करें।

विषय

रैखिक सममिति (रेखा के दोनों ओर सममिति)

- किसी सममिति वाली आकृति में हरेक बिन्दु का दर्पण-रेखा के दूसरी ओर उतनी ही दूरी पर एक प्रतिबिम्बित बिन्दु होता है।

सममित आकृतियों की खोजबीन



चित्र में दिखाए अनुसार कार्ड की तीन आकृतियां बनाएं।

एक सममिति आकृति बनाने के लिए आप इन्हें, कितने अलग-अलग प्रकार से सजा सकते हैं?

आप जो भी आकृतियां बनाएं उनमें सममिति-रेखाएं अवश्य दिखाएं।

आप स्वयं तीन सरल आकृतियां खोजें और अपने मित्र से उन्हें सुलझाने के लिए कहें।

विषय

अंकों के नमूने और अंकगणितीय श्रेणियां

- गणित का प्रत्येक पैटर्न एक स्थान से शुरू होता है और एक विशेष नियम के आधार पर आगे बढ़ता है।
- गणित की किसी भी श्रेणी या पैटर्न में प्रत्येक संख्या का वर्णन एक ही बीजगणित के नियम से किया जा सकता है।

अंकों के पैटर्न की खोजबीन

कतार 1	1	2	3	4	5	6
कतार 2	1	2	3	4	5	6
कतार 3	1	2	3	4	5	6
कतार 4	1	2	3	4	5	6

एक कागज को मोड़कर उसमें चौखानों का जाल बनाएं। अब कतार में स्थिति के अनुसार हरेक डिब्बे पर एक संख्या-लेबिल लिखें।

शुरू की कोई संख्या चुनें और उसे कतार 1 के पहले डिब्बे में रखें।

अब कोई ऐसा नियम चुनें जिनसे संख्या आगे बढ़े। उदाहरण के लिए:

- पहले वाली संख्या में 3 जोड़ें।

अब कतार में, संख्याओं के पैटर्न को भरें।

1	2	3	4	5	6
5	8	11	14	17	20

इसी प्रकार नए अंकों से शुरू करके संख्याएं बढ़ाने के नए नियम बनाएं और इस तरह अंक-पैटर्न की कई कतारें बनाएं।

1	2	3	4	5	6
10	20	30	40	50	60

हर डिब्बे पर लगे लेबिल और उस पर लिखी संख्या के बीच रिश्ता खोजें। उदाहरण के लिए:

डिब्बा	संख्या
1	10
2	20
3	30
आदि	

चौखानों वाले जाल के, हरेक दसवें डिब्बे में, अंक पैटर्न की कौन सी संख्याएं आएंगी? सौवें डिब्बे में कौन–सी? nवें डिब्बे में कौन सी संख्या आएगी?

वि
प
य

सांख्यिकीय खोजबीन: संकल्पना का परीक्षण, आंकड़े एकत्र करना, विश्लेषण और व्याख्या

एक सांख्यिकीय खोजबीन

संकल्पना: कक्षा 4 में लड़कियों की सेहत लड़कों से बेहतर है।

चरण 1. रैंडम तरीके का उपयोग कर चौथी कक्षा से कोई भी 20 लड़कियां और 20 लड़के चुनें।

चरण 2. पहले यह तय करें कि आप उनकी सेहत का परीक्षण कैसे करेंगे। उदाहरण के लिए:

- वे एक मिनट में कितनी सीढ़ियां चढ़ सकते हैं
- वे एक मिनट में कितनी बार अपने शरीर को ऊपर खींच सकते हैं
- वे एक मिनट में कितनी बार कूद सकते हैं
- 10 उठक-बैठक लगाने का समय
- गतिविधि से पहले, गतिविधि के तुरंत बाद, 1 मिनट बाद, 5 मिनट बाद, 10 मिनट बाद नाड़ी स्पंदन की गति कितनी है।

चरण 3. इस तमाम जानकारी को दर्ज करने के लिए एक सूची बनाएं। एक सूची लड़कियों के लिए हो और वैसी ही सूची लड़कों के लिए हो।

चरण 4. इन प्रयोगों के लिए ज़रूरी सामान जैसे स्टॉप-वाच (सेकेंड की सुई वाली घड़ी) जुटा लें। सेहत परीक्षण के लिए उपयुक्त समय और स्थान चुनें।

लड़की का नाम	सीढ़ी चढ़ना	ऊपर खींच	कूद	उट्ठक-बैठक का समय
मेरी	23	12	17	10
ऐना	22	13	12	9
सूज़न				

चरण 5. प्रयोग में पाई जानकारी को दर्ज करें। परीक्षण निष्पक्ष हों, यह सुनिश्चित करें। उदाहरण के लिए लड़कों का परीक्षण तेज़ धूप में और लड़कियों का परीक्षण शाम के वक्त करना गलत होगा। प्रयोग सही हो इसके लिए प्रत्येक लड़का और लड़की समान क्रम में, समान परिस्थितियों में समान परीक्षणों से गुज़रें।

चरण 6. अब अपने आंकड़ों का विश्लेषण करें। इसके लिए लड़कों और लड़कियों के कूद सम्बंधी औसत, बहुलक (Mode), माध्यिका (Median), सीमा आदि की तुलना करें। इसी प्रकार उट्ठक-बैठक और शरीर को ऊपर खींचने वाले परीक्षणों की भी तुलना करें।

चरण 7. आंकड़ों को पेश करने के ऐसे तरीके चुनें जिनसे लड़कियों और लड़कों की सेहत की तुलना हो सके।

चरण 8. अपनी जानकारी की व्याख्या करें। हरेक परीक्षण में लड़कों और लड़कियों के प्रदर्शन में क्या अंतर रहा? कुल मिलाकर क्या अंतर रहा?

चरण 9. कुछ निष्कर्ष निकालें।

क्या यह सच है कि कक्षा 4 की लड़कियों की सेहत, लड़कों से बेहतर है? क्या यह संकल्पना सही है या गलत है?

परीक्षण करने योग्य कुछ अन्य संकल्पनाएं

युवा लोग, बूढ़े लोगों की तुलना में अधिक चीनी खाते हैं।

जितना ज़्यादा बड़ा हवाई जहाज होगा, वह उतनी ही अधिक देर उड़ पाएगा।

आपकी ऊंचाई, सिर की परिधि की तीन गुना होगी।

जितनी बड़ी गेंद होगी, वह उतना ही ऊंचा उछलेगी।

किसी भी संकल्पना के परीक्षण के लिए नीचे दिए सभी चरणों को योजनाबद्ध तरीके से करना होगा:

- सैंपल या नमूने का चुनाव।
  - सैंपल में आप कितने लोग, हवाई जहाज, गेंद आदि को शामिल करेंगे?
  - सैंपल का चयन कैसे करेंगे कि आपके आंकड़े निष्पक्ष हों?
- खोज का तरीका चुनें:
  - क्या इसके लिए असली जिंदगी की घटनाओं का अध्ययन करेंगे?
  - आप जिस विषय पर शोध कर रहे हैं उसके बारे में अतिरिक्त जानकारी प्राप्त करने के लिए क्या आपको पुस्तकालय जाना पड़ेगा?
  - लोग कितनी चीनी खाते हैं? एक दिन में, एक सप्ताह में, आदि जानकारी एकत्रित करने के लिए क्या आपको, उनका इंटरव्यू लेना होगा? क्या आप इसके लिए एक प्रश्न-सूची तैयार करेंगे?
  - क्या आप कुछ प्रयोग भी डिज़ाइन करेंगे जैसे अलग-अलग नाप की पांच गेंदों को समान ऊंचाई से फेंकना, और वे कितनी बार उछलीं उसे गिनना?
- इकट्ठी की हुई जानकारी को एक सरल तरीके से कैसे दर्ज करेंगे, यह तय करें।
- आपकी जानकारी सही और आंकड़े निष्पक्ष हों, यह सुनिश्चित करें।
- अपनी जानकारी और आंकड़ों के विश्लेषण के लिए मापदण्ड चुनें।
  - क्या आप औसत, माध्यिका या बहुलक का इस्तेमाल करेंगे?
  - क्या इसके लिए सीमा सहायक होगी?

  क्या इसके लिए मानक विचलन (Standard Deviation) उपयुक्त होगा?
- विश्लेषण के बाद अपने आंकड़ों को पेश करने का कोई उपयुक्त तरीका सोचें?
  - क्या आप इसके लिए तालिका, बार-चार्ट, पाई-चार्ट या ग्राफ का उपयोग करेंगे?
- अपनी पूरी जांच-पड़ताल की व्याख्या करें।
- अंत में आप किसी निष्कर्ष पर पहुंचे।
  - यह संकल्पना सही थी या गलत? क्या संकल्पना कभी-कभी सच भी हो सकती है?

अध्याय 2

संसाधन और शिक्षण सामग्री

इस अध्याय में हम संसाधनों और ठोस गतिविधियों के माध्यम से छात्रों की समझ को बेहतर करने का प्रयास करेंगे। हम यहां पर कुछ सस्ती और सुलभ चीज़ों से जैसे बोतलों के ढक्कनों, तीलियों, माचिस की डिब्बियों और डोरियों आदि की सहायता से गणित की महत्वपूर्ण अवधारणाओं और कौशलों को समझने की चेष्टा करेंगे।

संसाधनों और शिक्षण सामग्री का इस्तेमाल क्यों करें

इस सवाल पर कुछ देर सोचें और मनन करें:

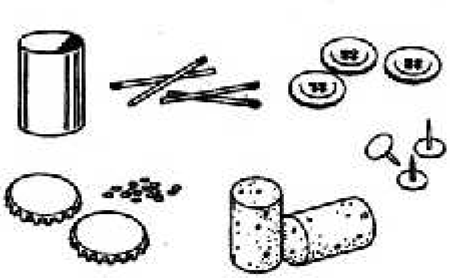
कक्षा में संसाधनों, शिक्षण सामग्री और ठोस व्यवहारिक गतिविधियों के उपयोग से क्या फायदे और क्या नुकसान हो सकते हैं?

नीचे दी गई सूची से अपने विचारों की तुलना करें:

फायदे	नुकसान
छात्रों की सक्रिय भागीदारी	गतिविधियों को आयोजित करना पड़ता है
छात्र प्रेरित होते हैं	काम की देखरेख करनी पड़ती है
विचारों को ठोस रूप मिलता है	कार्य-योजना बनानी पड़ती है
गणित असली ज़िंदगी का हिस्सा है	मूल्यांकन
यह समझ बनती है	चीज़ों को संभालकर रखना पड़ता है
ठोस काम करने का अनुभव मिलता है	कक्षा में ज़्यादा शोरगुल होता है
समूह में काम करना आसान होता है	अनुशासन की समस्याएं
भाषा के विकास का मौका मिलता है	

एक बात साफ उभरती है। संसाधनों और गतिविधियों के ज़रिए छात्र कहीं अधिक बेहतर तरीके से सीख सकते हैं। शिक्षक के दृष्टिकोण से जिन चीज़ों में कठिनाइयां आएंगी वे हैं आयोजन, काम की योजना और गतिविधियों का लगातार संचालन। इन समस्याओं के बारे में हम अध्याय 5 में विस्तार से चर्चा करेंगे।

किन साधनों का उपयोग किया जा सकता है?



झाड़ू की सींकें, बोतलों के ढक्कन, कपड़े, माचिस की डिब्बियां, लिफाफे, सीपी-शंख, डोरियां, रबर के छल्ले, ड्राइंग-पिनें, मोती-मनके, छोटे पत्थर, फीते, बटन, सिक्के, बीज, डिब्बे और बर्तन, कपड़े सुखाने की रस्सी, अखबार, पुरानी पत्रिकाएं, कागज़ और पुराने कार्ड, छोटी डगालें, लकड़ी के टुकड़े, गत्तें के पुराने डिब्बे, काली मिट्टी, टीन, झोले, बोतलें और लोग। परन्तु इसमें सबसे आवश्यक और महत्वपूर्ण है, दिमाग!

इनके अलावा कई और चीज़ें हैं जो आपको आसानी से स्कूल और स्थानीय लोगों से मिल जाएंगी।

साधन तैयार करना

कुछ शैक्षिक साधनों को तैयार करने में देरी लगती है। परन्तु, उन्हें बार-बार प्रयोग किया जा सकता है। दूसरी ओर कुछ चीजें जल्दी बनाई जा सकती हैं और उन्हें भी बार-बार उपयोग किया जा सकता है। परन्तु कुछ वस्तुएं ऐसी हैं जिन्हें केवल एक ही बार इस्तेमाल कर सकते हैं। इनको बनाना चाहेंगे या नहीं, यह आप तय करें।

आपको कितनी संख्या में हरेक संसाधन चाहिए इसके बारे में भी सोचें। क्या आप इस मात्रा को कम कर सकते हैं? उदाहरण के लिए — क्या आप, अपनी कक्षा का ढांचा बदल सकते हैं जिससे कि, छात्रों का एक छोटा समूह ही एक बार में संसाधनों का प्रयोग करे? बाकी छात्र, सप्ताह के अन्य दिनों में उस उपकरण या शैक्षिक साधन को इस्तेमाल करें।

शिक्षण सामग्री आदि बनाने में सहायता लें। इसके लिए कुछ सुझाव इस प्रकार हैं:

- छात्र अपनी कापियां खुद बना सकते हैं।
- गणित के क्लब में, छात्रों के साथ मिलकर सीखने के साधन बनाएं।
- अपने अन्य शिक्षक साथियों के साथ मिलकर शैक्षिक साधन बनाएं। धीरे-धीरे आपके पास शिक्षण सामग्री का एक बैंक बन जाएगा।
- स्थानीय कारीगरों आदि को शैक्षिक साधन बनाने के लिए स्कूल में बुलाएं।
- एक टाइम-टेबिल बनाएं। शिक्षा के हरेक सत्र में कुछ शैक्षिक साधन बनाएं। इस प्रकार कुछ समय बाद आपके पास संसाधनों का भी एक बैंक बन जाएगा।

मौका पड़ने पर संसाधन तुरंत उपलब्ध हों, इसके लिए उन्हें संभाल कर रखने की कोई जगह बनाएं। इसकी जिम्मेवारी किसी छात्र को सौंपें।
छात्र सुनिश्चित करें कि ये साधन पूरी कक्षा में उपलब्ध रहें।

अगले कुछ पन्नों में हम गणित के उन शुरुआती बिन्दुओं के बारे में चर्चा करेंगे जिनमें, आसानी से बनाई इस शिक्षण सामग्री का इस्तेमाल हो सकता है।

बोतल के ढक्कनों का उपयोग

विषय

प्रतिबिम्ब

■ दर्पण के एक ओर स्थित, हरेक बिन्दु का, दर्पण-रेखा के दूसरी ओर, उतनी ही दूरी पर प्रतिबिम्ब बनेगा।

गतिविधि

चित्र के अनुसार कार्ड की पट्टी पर बोतल के 5 ढक्कन रखें।

आवश्यक सामान:
- *बोतल के ढक्कन*
- *छोटे दर्पण*
- *कार्ड की पट्टियां*

दर्पण को टूटी रेखा पर रखें। उसके दोनों ओर एक-एक छात्र बैठे। एक छात्र दूसरे से पूछे कि उसे क्या दिखाई दे रहा है? आपकी राय में, दूसरे छात्र को क्या दिखाई दे रहा होगा? अब दर्पण-रेखा को सरकाएं। अब आपको क्या दिख रहा है? दूसरे छात्र को क्या दिख रहा होगा?

ढक्कनों की दो कतारें बनाएं या भिन्न रंगों के ढक्कनों को, अलग-अलग पैटर्न में सजाकर प्रयोग करके देखें।

वि
ष
य

अनुमान

- नाप की किन्हीं भी दो इकाइयों की आपस में तुलना की जा सकती है। उदाहरण के लिए मीटर की तुलना सेंटीमीटर, इंच हाथ के बालिश्त आदि से की जा सकती है।

गतिविधि

अनुमान के बारे में पूछताछ करने के लिए कक्षा में, छात्रों की दो टीमें बनाएं। हरेक टीम, अनुमान से सम्बंधित प्रश्नों की एक सूची बनाएं। उदाहरण के लिए:

बोतल के कितने ढक्कनों से एक कप भरेगा? एक भगोना? एक बाल्टी? एक ट्रक?

एक ट्रक बोतलों का भार कितना होगा?

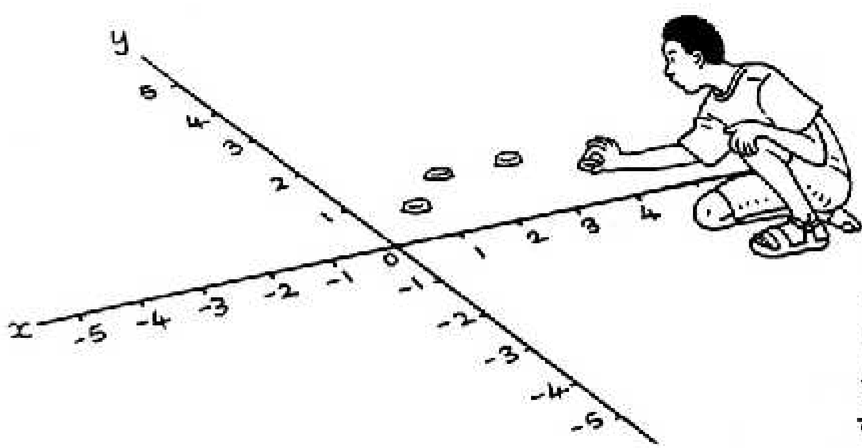
बोतल के कितने ढक्कनों को सटाकर रखने से एक मीटर बनेगा? एक किलोमीटर? कक्षा की लम्बाई?

हरेक टीम अपने प्रश्नों के उत्तरों के सही अंदाज की एक मान्य सीमा तय करे। जो टीम सबसे सही अनुमान लगाएगी, वही जीतेगी।

वि ष य

निर्देशांकों की जोड़ियां और रूपांतरण

- निर्देशांकों की जोड़ी किसी चौखाने के जाल में जोड़ों की स्थिति को निरूपित करती है। जिस बिन्दु के निर्देशांक (2,3) होंगे, वह मूल बिन्दु से x अक्ष (आड़ी रेखा) की तरफ 2 इकाई और y अक्ष (खड़ी रेखा) की ओर 3 इकाई दूर होगा।
- रूपातरण में किसी नियम के आधार पर, आकृतियों को बदलना और उन्हें स्थानांतरित करना होता है। आकृतियों को रूपांतरित करने के चार तरीके हैं: परावर्तन, घुमाना, स्थानांतरण और बड़ा करना।



निर्देशांकों के साथ गतिविधि

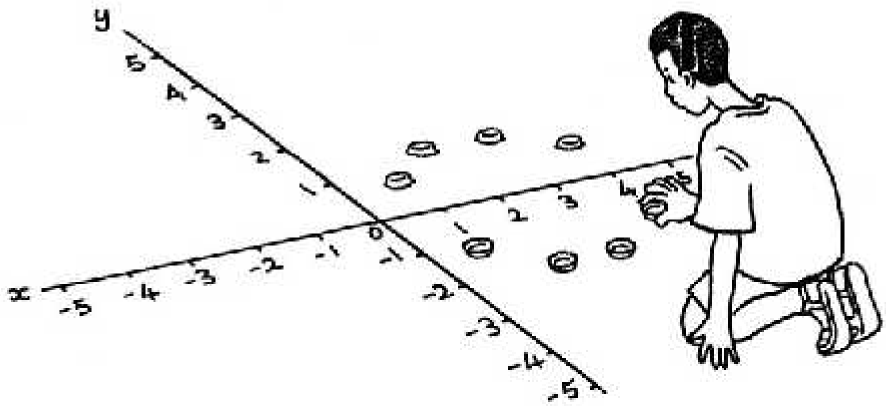
एक बड़े कागज पर या जमीन पर दो अक्षों को बनाए। उन पर x और y अक्ष लिखें।

चौखाने जाल पर बोतल के चार ढक्कनों को इस तरह रखें जिससे वे किसी चतुर्भुज के चार कोणों को निरूपित करें। उनके निर्देशांक नोट करें। इसी प्रकार कुछ अन्य चतुर्भुज बनाएं और उनके भी निर्देशांक नोट करें।

इन चतुर्भुजों को अलग-अलग समूहों में रखें जैसे:
वर्ग, आयत, समचतुर्भुज, समानांतर चतुर्भुज, पतंग, समलम्ब (Trapezium)। हरेक समूह की निर्देशांक जोड़ियों में, समानता खोजने का प्रयास करें।

रूपांतरण के लिए गतिविधियां

- परावर्तन (Reflection): दर्पण के एक ओर स्थित, हरेक बिन्दु का दर्पण-रेखा के दूसरी ओर, उतनी ही दूरी पर स्थित, प्रतिबिम्बित बिन्दु बनेगा।



बोतल के 4 ढक्कनों की चपटी सतहें ऊपर रखकर, उनसे एक चतुर्भुज बनाएं। उनके निर्देशांक नोट करें। अब 4 ढक्कनों की दंतीली सतहें ऊपर रखकर, उनसे y अक्ष के दूसरी ओर पहले चतुर्भुज का प्रतिबिम्ब बनाएं। उनके भी निर्देशांक नोट करें। अब पहले चतुर्भुज और प्रतिबिम्बित चतुर्भुज के निर्देशांकों की तुलना करें।

इस प्रयोग को कई अन्य चतुर्भुजों के साथ भी दोहराएं। उनके निर्देशांकों को नोट करें और फिर निर्देशांकों की जोड़ियों के बीच परस्पर सम्बंधों की जांच-पड़ताल करें।

रेखा $x = 0$ और $y = x$ की रेखाओं से भी चतुर्भुजों को प्रतिबिम्बित करें।

- **घूमना**: सभी बिन्दु केंद्र के चारों ओर, एक-समान कोण से घूमेंगे।

ढक्कनों की चपटी सतहें ऊपर रखकर कोई आकार बनाएं। आकार के कोनों के निर्देशांकों को नोट करें। अब ढक्कनों की दंतीली सतहें ऊपर रखें और पहले आकार का मूलबिन्दु से घड़ी की दिशा में 90° घूमा हुआ प्रतिबिम्ब बनाएं। इस नए प्रतिबिम्ब के निर्देशांक भी नोट करें। फिर दोनों निर्देशांक जोड़ियों की तुलना करें।

इसी प्रकार आकार को घड़ी की दिशा में 180° और घड़ी की विपरीत दिशा में 90° घुमाकर देखें।

- **बड़ा करना (Enlargement)**: कोई भी आकार किसी पैमाने (Scale) के अनुसार ही बड़ा होता है। यह पैमाना ही निश्चित करेगा कि नए आकार की हरेक भुजा, कितनी बड़ी होगी।

ढक्कनों की चपटी सतह ऊपर रखकर कोई आकार बनाएं। आकार के कोनों के निर्देशांकों को, नोट करें। अब ढक्कनों की दंतीली सतहें ऊपर रखें और मूलबिन्दु से, पहले आकार से दोगुनी बड़ी आकृति बनाएं। इस नई आकृति के निर्देशांकों को भी नोट करें। फिर दोनों निर्देशांक जोड़ियों की तुलना करें।

इसी प्रकार मूलबिन्दु से कुछ अन्य आकृतियों को दोगुना बड़ा करें। इनके नए निर्देशांकों को नोट करें। नए निर्देशांकों की जोड़ियों की आपस में तुलना करें।

इसी प्रकार 5, 1/2, -2 गुना बड़ा, करने का प्रयास करें। अब मूलबिन्दु की बजाए अन्य बिन्दुओं से भी, बड़ा करने की कोशिश करें।

- **स्थानांतरण (Translation)**: आकृति पर स्थित सभी बिन्दु एक ही दिशा में एक-समान दूरी तक ही सरकेंगे।

ढक्कनों की चपटी सतहें ऊपर रखकर, कोई आकार बनाएं। आकार के कोनों के निर्देशांकों को नोट करें।

अब ढक्कनों की दंतीली सतहें ऊपर रखकर, उसी आकार को, स्थानांतरित स्थिति में बनाएं। नई स्थिति के निर्देशांकों को भी नोट करें। फिर दोनों निर्देशांक जोड़ियों की तुलना करें।

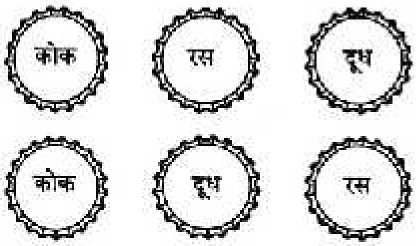
भिन्न-भिन्न आकृतियों को स्थानांतरित करें। हर बार निर्देशांक नोट करें और फिर निर्देशांकों की जोड़ियों के बीच, परस्पर सम्बंधों को खोजें।

अब अलग-अलग प्रकार स्थानांतरण करें और देखें कि क्या होता है।

विषय

संयोग

- सभी संभावित परिणामों की सूची बनाएं और उन्हें एक व्यवस्थित तरीके से गिनें।



गतिविधि

आप तीन भिन्न ढक्कनों को कितने अलग-अलग तरीकों से एक सीधी रेखा में सजा सकते हैं?

अलग-अलग संख्याओं के ढक्कनों के साथ इस प्रयोग को दोहराएं।

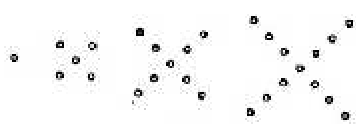
विषय

विकास के पैटर्न, अंकगणितीय श्रेणियां और ज्यामितीय श्रेणियां

- विकास के पैटर्न में एक क्रम होता है जिसके अनुसार उनमें हर बार एक निश्चित बढ़त होती है।
- बीजगणित के द्वारा इस बढ़त का वर्णन किया जा सकता है।
- अंकगणितीय श्रेणियों के हर अंक में समान बढ़त होती है।
- ज्यामितीय श्रेणियों के हर अंक में पहले की अपेक्षा कहीं अधिक बढ़त होती है।

गतिविधि

बोतल के ढक्कनों से पैटर्न 1 बनाएं।



पैटर्न 1

हरेक पैटर्न में कितने ढक्कन लगे? हर बार कितने और ढक्कन जोड़े गए?

नीचे की तालिका में, हर पद के लिए ढक्कनों की संख्या को गिनें:

पद 1: 1   *पद 2:* 1 + _   *पद 3:* 1 + _ + _   *पद 4:* 1 + _ + _ + _

nवें पद के लिए बीजगणित का नियम लिखें।

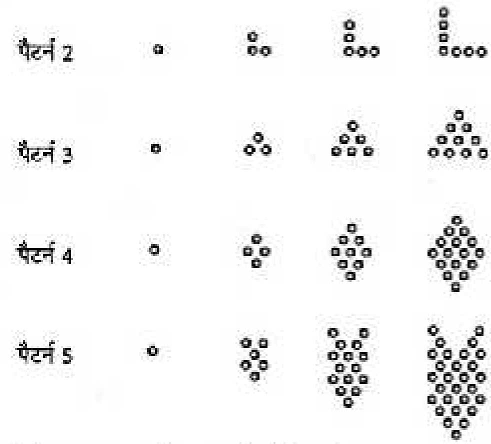
अगले पृष्ठ पर कई पैटर्न दिए गए हैं। उन्हें ढक्कनों से बनाएं।
हरेक पैटर्न के लिए मालूम करें कि:

- हरेक पद के लिए ढक्कनों की संख्या?
- हरेक पद पर, कितने और ढक्कन जोड़े गए?

हर बार की बढ़त को, बीजगणितीय नियम का रूप दें।

पांचवें पद, आठवें पद और *n*वें पद में, लगने वाले ढक्कनों की संख्या लिखें।

हरेक श्रेणी, अंकगणितीय होगी या ज्यामितीय, इसे तय करें।



खोजबीन के लिए खुद ही इस प्रकार के कुछ पैटर्न बनाएं।

वि ष य

बिन्दुपथ (Locus)

- ■ किसी नियम के अनुसार एक बिन्दु द्वारा तय की गई सभी संभावित स्थितियों को, बिन्दुपथ कहते हैं।
- ■ नियम अनेक प्रकार के हो सकते हैं। बिन्दुपथ के सभी बिन्दुओं की दूरी - एक निश्चित बिन्दु से, एक रेखा से, दो रेखाओं से, एक रेखा और एक बिन्दु से एक समान हो।

गतिविधि

आवश्यक सामान:
- *बोतल के बहुत सारे ढक्कन*
- *ब्लैकबोर्ड की चॉक*

- बोतल के एक ढक्कन की चपटी सतह ऊपर करके उसे फर्श पर रखें। अन्य ढक्कनों की दंतीली सतहें ऊपर करके, उन्हें पहले वाले ढक्कन से समान दूरी पर रखें।
- फर्श पर एक रेखा बनाएं। ढक्कनों को ऐसे रखें जिससे कि इस रेखा से उनकी दूरी एक बराबर हो।
- दो ढक्कनों की चपटी सतहें ऊपर करके उन्हें फर्श पर रखें। अन्य ढक्कनों की दंतीली सतहें ऊपर करके उन्हें इस प्रकार रखें कि उनकी दूरी, पहले दोनों ढक्कनों से एक समान हो।
- फर्श पर दो रेखाएं बनाएं जो एक-दूसरे को काटती हों। फिर कई ढक्कनों को इस प्रकार रखें कि उनकी दूरी दोनों रेखाओं से बराबर हो।
- ऊपर के नियमों के अनुसार हरेक परिस्थिति में बिन्दुपथ कैसा दिखेगा?

तीलियों का उपयोग

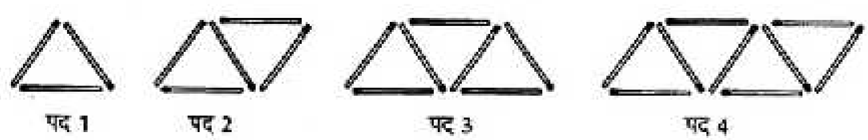
वि प य

विकास के पैटर्न

- ■ विकास पैटर्न में एक क्रम होता है जो हर बार एक निश्चित मात्रा से बढ़ता है।
- ■ बीजगणित द्वारा इस बढ़त को दर्शाया जा सकता है।
- ■ बीजगणित के एक सूत्र से क्रम या पैटर्न के हरेक पद को निरूपित किया जा सकता है।

गतिविधि

माचिस की तीलियों या सींक के टुकड़ों से ये तिकोन पैटर्न बनाएं।



पैटर्न के प्रत्येक पद में, कितने त्रिकोण बने और उनमें कितनी तीलियां लगीं?

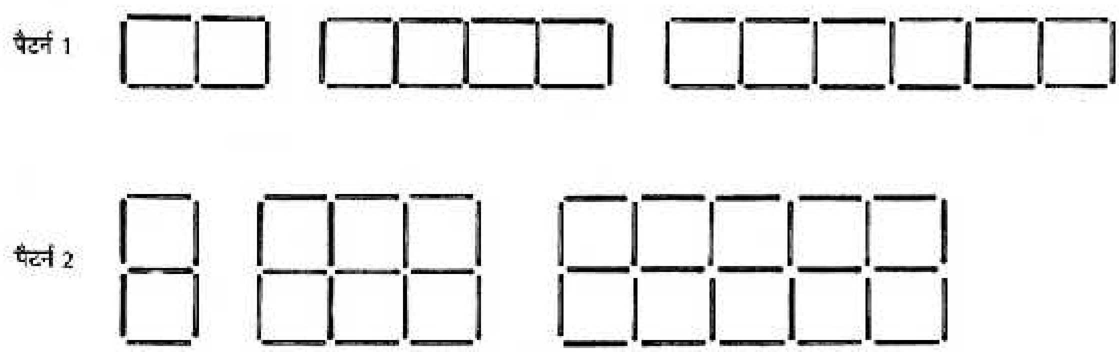
हरेक पद में कितनी तीलियां जोड़ी गईं?

पांचवें पद में कितने त्रिकोण होंगे? आठवें पद में? साठवें पद में? nवें पद में?

पांचवें पद में कितनी तीलियां होंगी? आठवें पद में? nवें पद में?

तीलियों की संख्या और त्रिकोणों की संख्या के बीच, सम्बंध खोजें।

नीचे दिए दोनों पैटर्न में तीलियों की संख्या और वर्गों की संख्या के बीच सम्बंध खोजें।

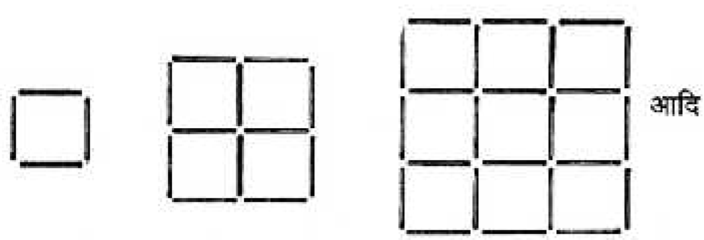


चित्र 2.6

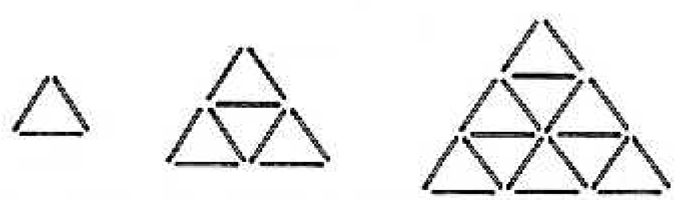
- द्विघाती (Quadratic) पैटर्न

  1 X 1 के वर्ग में कितनी तीलियां लगेंगी?

  2 X 2 के वर्ग में? 3 X 3 के वर्ग में? $n \times n$ के वर्ग में?



- $n \times n \times n$ के त्रिकोण में कितनी तीलियां लगेंगी?



- क्या त्रिकोण और वर्ग, दोनों पैटर्न को एक ही जितनी तीलियों से बनाना संभव होगा?

वि
ष
य

क्षेत्रफल और परिमिति

- समतल आकार के अन्दर घिरी जगह को क्षेत्रफल कहते हैं।
- समतल आकार के बाहरी किनारे की लम्बाई को परिमिति कहते हैं।

गतिविधि

- बराबर संख्या में तीलियों का इस्तेमाल कर दो आयत बनाएं। तीलियों को आयत के किनारों पर रखें। दोनों आयत ऐसे हों कि:
  - एक का क्षेत्रफल, दूसरे से दो गुना हो।
  - एक का क्षेत्रफल, दूसरे से चार गुना हो।
- उतनी ही तीलियों का प्रयोग कर दो ऐसे चतुर्भुज बनाएं जिससे कि एक का क्षेत्रफल, दूसरे से तीन गुना हो।

वि ष य

माप की मानक और गैर-मानक इकाइयां

- हम लम्बाई, क्षेत्रफल, आयतन, क्षमता, तापमान और समय माप सकते हैं।
- गैर-मानक इकाइयां, अलग-अलग स्थानों पर अलग-अलग होती हैं।
- कई जगहों पर मानक इकाइयों का इस्तेमाल होता है।
- कई देशों में मैट्रिक प्रणाली प्रयोग की जाती है।

माप की सामान्य मानक इकाईयां:

लम्बाई	मीटर, मिलीमीटर, किलोमीटर
क्षेत्रफल	वर्ग किलोमीटर, हैक्टर
आयतन	घन मीटर, घन सेंटीमीटर
भार	ग्राम, किलोग्राम, टन
क्षमता	लीटर, मिलीलीटर
तापमान	अंश, सेल्सियस
समय	सेकेंड, मिनट, घंटा, दिन

गैर-मानक इकाइयों की खोजबीन करने के लिए गतिविधियां

- चार छात्रों का समूह लम्बाई नापने की चार गैर-मानक इकाइयों के बारे में सोचे, उदाहरण के लिए कोई किताब, कोई स्थानीय गैर-मानक इकाई, हाथ का बालिश्त आदि। उसके बाद आसपास की कई चीजों की, लम्बाई का अनुमान लगाएं और फिर उन्हें चारों गैर-मानक इकाइयों से नापें। उदाहरण के लिए कक्षा के, दरवाजों और खिड़कियों की ऊंचाई और चौड़ाई नापें, अपने मित्रों की ऊंचाई नापें आदि।
- अलग-अलग लम्बाई के लकड़ी के चार टुकड़े या झाडू की सींकें लें। उनसे कई वस्तुओं की लम्बाई नापें। कौन-सा टुकड़ा या सींक, किस वस्तु को नापने के लिए उपयुक्त रही? क्यों?
- चार गैर-मानक डिब्बे लें, जैसे टीन के डिब्बे, बोतलें, कप आदि। इनसे अलग-अलग मात्रा में, तरल (जैसे पानी) और ठोस चीजें (जैसे रेत, अनाज) मापें।
- तौलने के लिए कौन सी गैर-मानक इकाइयां उपयोगी होंगी?
- स्थानीय बाजार और दुकानों में कौन-सी इकाइयां इस्तेमाल होती हैं?

10 चम्मच 1 कप भरते हैं

$3\frac{1}{7}$ बोतलें 1 बाल्टी भरती हैं

मानक इकाइयों की खोजबीन करने के लिए गतिविधियां

- बांस या सींकों से 1 से.मी. 5 से.मी. 10 से.मी. और 1 मीटर लम्बाई के मानक नाप बनाएं। आसपास की कई वस्तुओं की लम्बाई का पहले अनुमान लगाएं और फिर उन्हें नापें। कौन-सी सींक किस वस्तु के लिए उपयुक्त रही?

मानक और गैर-मानक इकाइयों की तुलना करने के लिए गतिविधियां

- पहले गैर-मानक इकाइयों से नापें और फिर मानक इकाइयों से। अब उन दोनों की तुलना करें। उदाहरण के लिए:
- कितने कप पानी से एक लीटर बनेगा?
- हाथ के कितने बालिश्त, एक मीटर के बराबर होंगे?
- क्या कुछ गैर-मानक इकाइयां विशेष रूप से उपयोगी हो सकती हैं? उपयोगी गैर-मानक और मानक इकाइयों के सम्बंधों को एक तालिका बनाकर दिखाएं।

कुज़िनेयर छड़ों का उपयोग

वि
ष
य

बीजगणितीय समीकरणों का समाधान

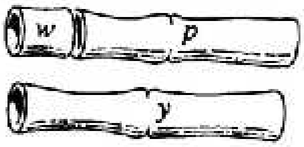
- समतुल्य: $2(3a + b) = 6a + 2b = 3a + b + 3a + b = ...$, आदि
- बुनियादी मान्यताएं: $a + a + a = 3a$ और $3b - 2b + 5b = 6b$
- एक जैसे पदों को इकट्ठा करके उन्हें हल करना:
  $2a + 3b + 4a + c = 6a + 3b + c$
- जोड़-घटाने का नियम: $a + b = c, a = c - b, b = c - a$ सभी समतुल्य हैं।
- घटाने के कोष्ठक नियम: $a - (b \pm c) = a - b \mp c$
- क्रमविनिमेयता (Commutativity): $a + b = b + a$ परंतु $a - b \neq b - a$
- सहचारिता (Associativity): $a + (b + c) = (a + b) + c, a - (b - c) \neq (a - b) - c$
- कोष्ठक की संख्याओं को गुणा करना: $3(2a + b) = 6a + 3b$
- गुणनखंड (Factors) ज्ञात करना: $4a + 2b = 2(2a + b)$

कुज़िनेयर छड़ों को बनाने में काफ़ी समय लगता है परन्तु उन्हें बहुत सारी गतिविधियों के लिए उपयोग में लाया जा सकता है। ये छड़ें कई वर्षों तक चलती हैं और पूरा गणित विभाग इनका प्रयोग कर सकता है।

लकड़ी की ऐसी छड़ें चुनें जिनकी मोटाई लगभग एक जैसी हो। इसके लिए बांस बहुत उपयुक्त होगा। इनको सही लम्बाई में काटकर रंगें जिससे कि आपके पास निम्न छड़ें हों:

50	w	छड़ें	1 से.मी. लम्बी जिनका रंग सफेद हो
50	r	छड़ें	2 से.मी. लम्बी जिनका रंग लाल हो
40	g	छड़ें	3 से.मी. लम्बी जिनका रंग हल्का हरा हो
40	p	छड़ें	4 से.मी. लम्बी जिनका रंग गुलाबी हो
40	y	छड़ें	5 से.मी. लम्बी जिनका रंग पीला हो
40	d	छड़ें	6 से.मी. लम्बी जिनका रंग गहरा हरा हो
30	b	छड़ें	7 से.मी. लम्बी जिनका रंग काला हो
30	t	छड़ें	8 से.मी. लम्बी जिनका रंग भूरा हो
30	B	छड़ें	9 से.मी. लम्बी जिनका रंग नीला हो
20	O	छड़ें	10 से.मी. लम्बी जिनका रंग नारंगी हो

गतिविधि 1



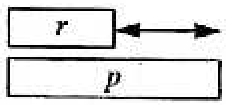
दो छड़ों के सिरों को सटाकर रखने से एक ट्रेन बन जाती है।
गुलाबी और सफेद छड़ों से बनी ट्रेन की लम्बाई, पीली छड़ जितनी होगी।

उन सभी छड़ ट्रेनों का पता लगाएं जिनकी लम्बाई पीली छड़ जितनी होगी। अपने उत्तर लिखें। फिर बाकी रंगों की छड़ों जितनी लम्बी ही अन्य ट्रेनें बनाएं।

गतिविधि 2

इस गतिविधि में:

का मतलब है $p + r$

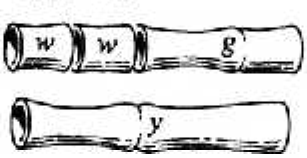


का मतलब है $p - r$

अपनी कुज़िनेयर छड़ों का उपयोग कर निम्न प्रश्नों के उत्तर ज्ञात करें। इन प्रश्नों के उत्तर हमेशा एक अकेली छड़ के रूप में ही निकालें।

प्रश्न 8

प्रश्न 21



1. $t - p = \square$
2. $g + r + y = \square$
3. $\square + r = y$
4. $y - \square = g$
5. $t = r + \square$
6. $O - t = \square$
7. $y + g - d = \square$
8. $\square = r + p$
9. $t - y = \square$
10. $g + r = \square$
11. $y - r = \square$
12. $y - (r + r) = \square$
13. $(y + r) - g = \square$
14. $y - (r + \square) = r$
15. $y - g - \square = w$
16. $w + r + \square = p$
17. $t - (\square + w) = g$
18. $\square - (b + r) = w$
19. $p - g = \square$
20. $w + g + g + \square = B$
21. $2w + g = \square$
22. $w + 3g = \square$
23. $4w + 2g = \square$
24. $y + r = 2r + w + \square$
25. $d = \square + w$
26. $\square = g + d$
27. $B - (2r + p) = \square$
28. $y = 3w + \square$
29. $w + \square + y = b$
30. $O - 2r = \square$
31. $d + (b - 2g) = \square$
32. $w + r + \square + w = y$
33. $g + p = \square$
34. $B - b + r = \square$
35. $\square = O - (2r + g)$
36. $b - \square = r$
37. $b - (w + \square + g) = r$
38. $3y - 2p = \square$
39. $B - 2\square = g$
40. $y - 4\square = w$
41. $O - 3\square = p$
42. $3y - 2(r + w) = \square$
43. $3y - 2r - 2w = \square$
44. $3y - 2r = \square + 2w$
45. $3y = \square + 2w + 2r$
46. $\frac{1}{2}$ of $(3y - \square) = r + w$

गतिविधि 3

निम्न समीकरणों की जांच करें कि वे सही हैं या गलत।

1	$r + g = g + r$	**6**	$b - (r + w) = b - r - w$
2	$w + r + g = r + w + g$	**7**	$b - 2r = b - r - r$
3	$3r = r + 2r$	**8**	$(b + y) - p = b + (y - p)$
4	$y - r = r - y$	**9**	$(t - p) - w = t - (p - w)$
5	$r + (p + y) = (r + p) + y$	**10**	$3y - 2p = (2y - p) + (y - p)$

अब खुद कुछ समीकरण बनाएं और उन्हें जांचें।

गतिविधि 4

लाल और *हरी* कुजिनेयर छड़ों को आपस में सटाकर एक छड़ ट्रेन बनाएं:

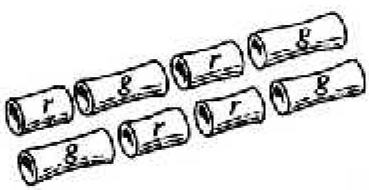
[r] [g]

इसे दोहराएं ताकि चारों छड़ें जुड़कर एक लम्बी ट्रेन बनाएं:

[r] [g] [r] [g]

यहां 2 जोड़े हैं (लाल + हरे) के या 2 $(r + g)$ के

आप इन छड़ों को कई तरीकों से सजा सकते हैं। उदाहरण के लिए:



[r] [r] [g] [g]

$r + r + g + g$ या $2r + 2g$

[g] [r] [r] [g]

$g + 2r + g$

क्योंकि इन सभी ट्रेनों में एक जैसी ही छड़ें लगी हैं। इसलिए आप कह सकते हैं कि ये समान या समतुल्य हैं।

इसलिए आप लिख सकते हैं:

$$2(r + g) = r + r + g + g$$
$$= 2r + 2g$$
$$= g + 2r + g$$

- 2 $(r + g)$ के जितने और समान रूप संभव हों, उन्हें लिखें।
- नीचे दिए सभी प्रश्नों के उत्तरों के लिए छड़ों को सजाएं।

फिर हरेक प्रश्न के जितने भी और संभावित समान रूप हों लिखें।

1	$2(g + p)$	**4**	$2(3r + 2p)$
2	$3(g + y)$	**5**	$3(g + 2p + 3r)$
3	$3(2w + g)$		

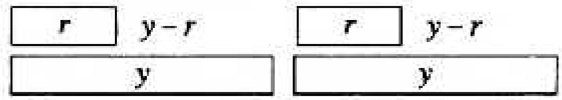
गतिविधि 5

घटाने के लिए भी ऊपर जैसी ही गतिविधि कर सकते हैं।
पीले में से लाल घटाने की क्रिया को इस प्रकार दिखाया जा सकता है:

[r] ◄——► खाली स्थान $y - r$ होगा

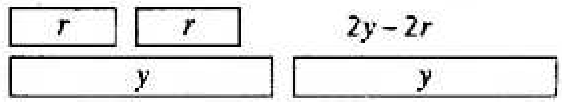
[y]

इसे दोहराने से आपको मिलेगा:

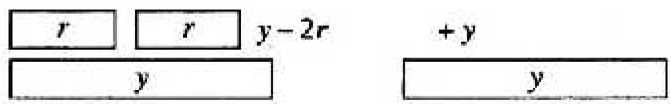


इसमें कुल रिक्त स्थान हैं $(y-r)+(y-r)$ या $2(y-r)$

एक *लाल* छड़ को सरकाने से आपको मिलेगा:



या वह रिक्त स्थान हो सकता है:



क्योंकि सभी रिक्त स्थान, एक ही लम्बाई के हैं। इसलिए आप कह सकते हैं कि

$(y-r)+(y-r)$
$2(y-r)$
$2y-2r$
$y-2r+y$ सभी समान रूप हैं।

- **क्या आप 2 $(y - r)$ के कुछ और समान रूप खोज सकते हैं?**
  अगर संभव हो तो उन सभी को लिखें।
- नीचे दिए प्रश्नों को छड़ों द्वारा सजाएं।
  हरेक प्रश्न के लिए जितने भी समान रूप संभव हों, सोचें और लिखें।

1 $2(b-p)$
2 $3(y-r)$
3 $2(2g-r)$
4 $3(2y-g)$
5 $3(4y-3g)$

गतिविधि 6

आपने देखा है कि $2(r+g)=2r+2g$

जब आप $2(r+g)$ से $2r+2g$

पर जाते हैं तो उसे **गुणा करना** कहते हैं।

जब आप $2r+2g$ से $2(r+g)$ पर जाते हैं तो उसे **गुणनखण्ड** करना कहते हैं।

ये कुछ विशेष समान रूप हैं। आप चाहें तो नीचे के प्रश्नों के हल के लिए छड़ों का उपयोग कर सकते हैं, या फिर उनके बिना भी हल कर सकते हैं।

- गुणा करें:

1 $3(y+b)$
2 $2(3p+w)$
3 $4(2y+B)$
4 $3(g+w)$
5 $3(4w-g)$
6 $5(3p-y)$
7 $4(3b+2g)$
8 $3(2y+r-g)$
9 $5(3t-2b)$
10 $4(3p+2w-3g)$

- गुणनखण्ड ज्ञात करें।

1 $2g + 2w$
2 $3g - 3r$
3 $3b - 6w$
4 $4g + 2w$
5 $3t + 9r$
6 $4y + 6p$
7 $5y - 5w$
8 $6g + 9w$
9 $2p + 4g + 6r$
10 $3y - 6g + 3p$

- इन प्रश्नों को छड़ों के बिना करें।

इनके जितने भी समान रूप आप सोच सकते हों, लिखें।

1 $2(x + y)$
2 $3(x + y)$
3 $2(3x + y)$
4 $3(2x - y)$
5 $5(2x + 3y)$
6 $x + 2y + 3x + 5y$
7 $2x + 3y - x - y$
8 $3y + 7x - y - 3x$
9 $x + y + 4x - 2y + 2y + 3y$
10 $3x - y + 2x + 6y$

गतिविधि 7

समीकरण हल करें।

1 $g + r + y = \square$
2 $y + g - d = \square$
3 $t - \square + w = b$
4 $(y + r) - g = \square$
5 $y - (r + \square) = r$
6 $\square - (b + r) = w$
7 $w + g + g + \square = B$
8 $y + r = 2r + w + \square$
9 $B - (2r + p) = \square$
10 $w + \square + y = b$
11 $d + (b - 2g) = \square$
12 $2w + r + \square = y$
13 $\square = O - (2r + g)$
14 $b - (w + \square + g) = r$
15 $2\square = d$
16 $2\square + g = b$
17 $2\square - p = d$
18 $3\square - t = O$
19 $5\square + p = B$
20 $4\square - B = b$
21 $3\square + y = O + b$
22 $4\square + p = O + d$
23 $\square + r = 2\square - r$
24 $\square + g = 2\square - r$
25 $3\square - r = \square + p$
26 $3\square = \square + t$

गतिविधि 8

निम्न का परीक्षण करके पता करें कि वे सही हैं या गलत।

1 $r + g = g + r$
2 $(w + p) + g = w + (p + g)$
3 $2(g + w) = 2g + w$
4 $y - r = r - y$
5 $r + (y - p) = (r + y) - p$
6 $O - (y + p) = O - y - p$
7 $B - (r + w) = B - r - w)$
8 $(w + O) - y = w + (O - y)$
9 $B - 2r = B - r + r$
10 $(b + y) - p = b + (y - p)$

अब ***6p - 4y*** को कम-से-कम 5 अलग-अलग प्रकार से लिखें।

माचिसों के उपयोग

पृष्ठीय क्षेत्रफल और ठोस आयताकार वस्तुओं के जाल

■ किसी भी ठोस वस्तु का पृष्ठीय क्षेत्रफल उसकी सभी सतहों के क्षेत्रफल का योग होता है।

गतिविधि

एक बंद माचिस की डिब्बी का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करें।

कितने वर्ग इकाई (1 इकाई × 1 इकाई) पूरी माचिस की डिब्बी को ढंकने के लिए लगेंगे?

माचिस की डिब्बी के कितने अलग-अलग जाल हैं?

दो माचिस की डिब्बियों को आपस में जोड़ें। आप इनसे कितने अलग-अलग ठोस डिब्बे बना सकते हैं? किस डिब्बे का पृष्ठीय क्षेत्रफल सबसे कम होगा?

सबसे कम पृष्ठीय क्षेत्रफल वाले उस डिब्बे की छानबीन करें जो:

- माचिस की तीन डिब्बियों से बन सके
- माचिस की चार डिब्बियों से बन सके
- माचिस की आठ डिब्बियों से बन सके

लम्बाई और क्षेत्रफल के बीच का सम्बंध

■ जब आप किसी आकृति की भुजाओं को दो गुना करते हैं तो उसका क्षेत्रफल चार गुना हो जाता है। भुजाओं को तीन गुना करने से क्षेत्रफल नौ गुना हो जाता है। क्षेत्रफल, भुजा के वर्ग के हिसाब से बढ़ता है।

गतिविधि

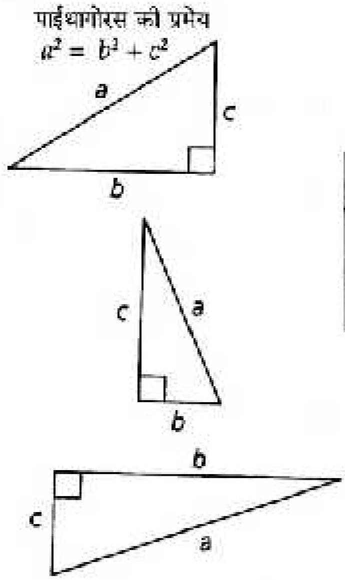
एक ऐसी भीमकाय माचिस बनाएं जो साधारण माचिस की तीन गुनी हो।

इस बड़ी माचिस की हरेक सतह का क्षेत्रफल कितना होगा?

अलग-अलग नाप की माचिसें बनाकर उनकी लम्बाई और क्षेत्रफल के बीच सम्बंध खोजें।

पाईथागोरस की प्रमेय

$a^2 = b^2 + c^2$



आयत का क्षेत्रफल और पाईथागोरस की प्रमेय

■ किसी भी आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई, होता है।

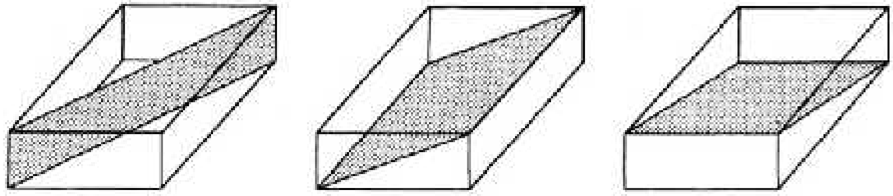
■ पाईथागोरस की प्रमेय के अनुसार किसी भी समकोण त्रिभुज में $a^2 = b^2 + c^2$ जहां a समकोण के सामने की भुजा, यानि सम्मुख भुजा होगी।

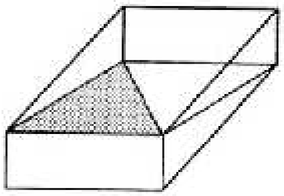
गतिविधि

$a^2 = b^2 + c^2$

- पृष्ठ 45 पर ऊपर के चित्रों में कार्ड के आयताकार टुकड़ों को माचिस की दराजों में रखा गया है।

माचिस की दराज की भुजाओं को नापें। अब पाईथागोरस की प्रमेय से माचिस की दराजों में रखी कार्ड की आयताकार पट्टियों की लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात करें।





हरेक आयत की लम्बाई और चौड़ाई का मान ज्ञात करने के बाद आप उसी नाप के आयत काटें और उन्हें माचिस की दराज़ों में फिट करके देखें। क्या गणना द्वारा आयतों की नाप सही निकली?

अब हरेक आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करें। किसका क्षेत्रफल सबसे अधिक निकला?

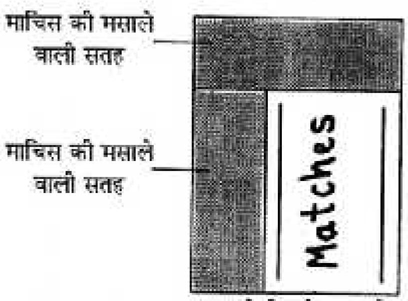
- माचिस के अन्दर फिट बैठने वाले सबसे बड़े त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा?
- त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करने का सूत्र क्या है?

वि ष य

नज़रिया (Views and Perspectives)

- किसी तीन-आयामी ठोस वस्तु को ऊपर से, सामने से और बाजू से देखा जा सकता है।
- इन अलग-अलग नज़रियों के दो-आयामी कागज़ पर चित्र बनाए जा सकते हैं।
- तीन-आयामी ठोस वस्तुओं के चित्रों को *सममितीय ड्राइंग* के ज़रिए भी बनाया जा सकता है।

गतिविधि



ऊपर से दिखने वाला चित्र

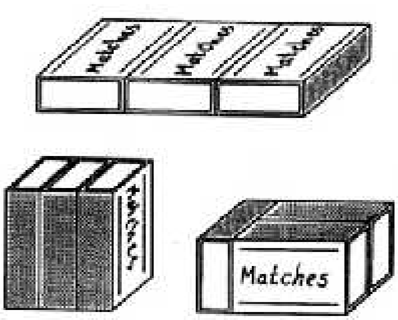
- इस चित्र में माचिस की तीन डिब्बियों से बने एक ठोस मॉडल को ऊपर से देखा गया है। तीन माचिसों से इस ढांचे को बनाएं। ढांचे के सामने और बाजू के चित्र भी बनाएं।
- माचिस की चार डिब्बियों से आप अपनी मर्जी से कई ढांचे बनाएं। हरेक ढांचा ऊपर से जैसा दिखता हो वैसा चित्र बनाएं। यह चित्र किसी अन्य छात्र को दें। उससे पूरे ढांचे के साथ-साथ सामने और बाजू के चित्र बनाने को कहें।
- माचिस की तीन डिब्बियों से एक ऐसा ढांचा बनाएं जो ऊपर, सामने और बाजू से दिखने में एक-समान हो।
- तीन माचिसों का उपयोग कर, ऊपर से अलग दिखने वाले कुल कितने चित्र बनाने संभव होंगे? माचिस की अलग-अलग संख्याओं से इस प्रयोग को दोहराएं।

वि ष य

संयोग (Combinations)

- सभी संभावित परिणामों की सूची बनाई जा सके और उन्हें व्यवस्थित तरीके से गिना जा सके।

गतिविधि



यहां पर माचिस की तीन डिब्बियों को सजाने के कुछ तरीके सुझाए गए हैं।

आप कितने और तरीके खोज सकते हैं?

इन्हें सजाने के जितने संभव तरीके हों, उन्हें व्यवस्थित तरीके से गिनें और उनकी सूची बनाएं।

इसी प्रयोग को माचिस की कम-ज़्यादा संख्याओं के साथ करें। जैसे पांच माचिसों के साथ। उन्हें सजाने के जितने संभव तरीके हों उन्हें ठीक से गिनें और उनकी सूची बनाएं। अपने प्रयोग को लिखने का तरीका सोचें।

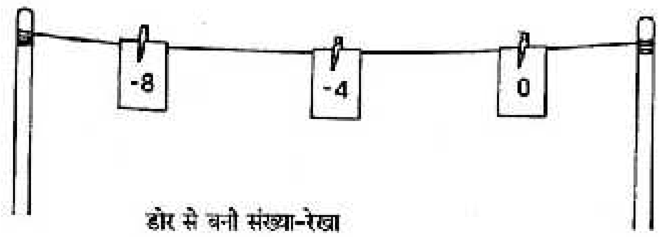
वि ष य

डोरी के उपयोग

पूर्णांकों, भिन्नों और दशमलवों को क्रम में लगाना

- ■ स्थानीय मान में किसी अंक का मान, उसकी विशेष स्थिति पर निर्भर करता है। उदाहरण के लिए:
  329 में, 3 का मान है 300, क्योंकि वो सैकड़े के स्थान पर है।
  संख्या 0.034 में, 3 का मान एक के सौवें भाग का तीन गुना है, क्योंकि वह सौवें भाग के स्थान पर है।

गतिविधि



डोर से बनी संख्या-रेखा

- कक्षा में आमने-सामने की दीवारों से, एक सीधी डोरी बांधें। यह संख्या-रेखा दर्शाएगी। अब क्लिपों की सहायता से नीचे दिए अंक कार्डों को संख्या-रेखा पर सही क्रम में लटकाएं।
  [10] [11] [23] [15] [4] [0] [25] [1]
- पांच अन्य कार्ड बनाएं जिनमें से कुछ पर ऋण अंक भी हों। इन कार्डों को भी संख्या-रेखा पर सही स्थानों पर लगाएं।
- संख्या-रेखा के दोनों छोरों पर [0] और [1] के अंक लटकाएं। इस संख्या-रेखा पर फिट होने वाले कार्ड बनाएं। उन्हें क्लिपों के ज़रिए सही स्थानों पर लटकाएं। अगर संख्या-रेखा के छोरों पर 0 और 100 के लेबिल हों तो फिर आप अपने कार्ड कहां लटकाएंगे? अगर छोर 4 और 4.5 हों तो? 0.1 और 0.2 हों तो? 10 000 और 1000 000 हों तो? 1/2 और 3/4 हों तो?
- [19] को मध्य में रखें। संख्या-रेखा के दोनों छोरों पर अब कौन-सी संख्याएं हो सकती हैं? अगर [0.7] मध्य हो, तो क्या होगा? [3/8]? [-23]? तब संख्या-रेखा के दोनों छोरों पर कौन-सी संख्याएं होंगी?
- कुछ कार्डों पर दो का पहाड़ा लिखें: 2, 4, 6, 8 से 24 तक। उन्हें संख्या-रेखा पर सही स्थानों पर लटकाएं। इसी तरह अन्य पहाड़ों की संख्याओं के बीच के स्थान का भी अनुमान लगाएं। फिर इन्हें करके देखें।
  1, 2, 4, 8, 16, . . . जैसी संख्याएं कितनी-कितनी दूरी पर होंगी?

वि ष य

संभाविता

- ■ कोई घटना कितनी बार घटेगी यह उसकी संभाविता होगी।
- ■ किसी घटना के घटने की संभावना के वर्णन के लिए हम निम्न शब्दों का उपयोग करते हैं, जैसे: बहुत संभव, समान संभावना, निश्चित तौर पर घटेगी, मुश्किल असंभव, शायद।

गतिविधि

- कक्षा की एक दीवार से दूसरी दीवार तक एक डोरी बांधें। इस रेखा के दोनों सिरों पर [0] और [1] संख्याएं लटकाएं।

कल बारिश होगी।	कल मैं स्कूल जाऊंगा।	अगर मैं पासा फेंकूं तो 6 आएगा।

यह संभाविता की रेखा 0 (असंभव) से 1 (निश्चित) तक जाती है। अब क्लिपों और कार्डों से डोरी पर भविष्य में होने वाली घटनाओं की संभाविता दर्शाएं। खुद कुछ घटनाएं सोचें और उन्हें कार्डों पर लिखकर डोरी से लटकाएं।

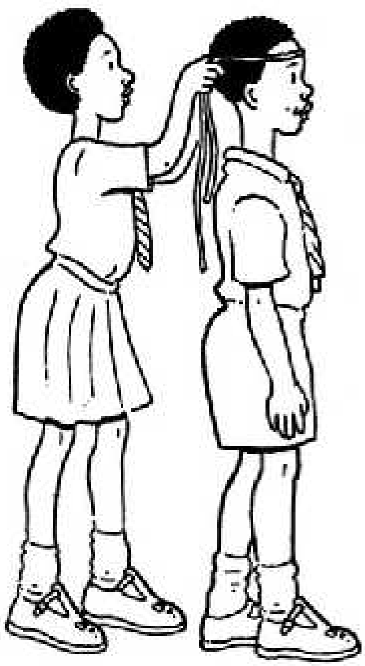
- इन कार्डों को संभाविता-रेखा पर कहां लगाया जाए इस पर चर्चा करें।

समान संभावना	बहुत संभावित	अच्छी संभावना	एकदम शायद	शायद	मुश्किल	पक्का	

वि ष य

अनुपात

- अनुपात में दो मात्राओं या मापों की तुलना की जाती है।
- अनुपात को इस प्रकार लिखा जाता है:
  $a : b$, आयु : ऊंचाई, 2 : 3
- अनुपात से हमें यह पता चलता है कि एक वस्तु, दूसरी की तुलना में कितनी बड़ी है।



गतिविधि: शरीर के अंग

शरीर के उन अंगों की एक सूची बनाएं जिन्हें एक डोरी से नापा जा सके जैसे:

- कलाई की परिधि
- गले की परिधि
- अंगूठे के आधार की परिधि
- कमर की परिधि
- कंधे से मध्य-उंगली के छोर तक की दूरी
- ऊंचाई
- सिर की परिधि

सूची में सुझाए शरीर के अंगों के नाप की, अलग-अलग डोरियां काटें।

अब अनुपात ज्ञात करें:

- अंगूठे : कलाई
- कलाई : गर्दन

शरीर के अन्य अनुपात भी खोजें।

अब अंगूठे को 1 मानकर अपने बाकी अवलोकन लिखें।

आधे सिर का नाप

शरीर के अन्य अनुपात क्या होंगे:

- नाक की लम्बाई : अंगूठे की लम्बाई?
- आधा सिर : ऊंचाई?

वि ष य

भिन्न

- एक ही संख्या को हम अलग-अलग भिन्न से बता सकते हैं:
  जैसे $\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = \frac{36}{72}$
  इन्हें समतुल्य भिन्न कहा जाता है।

■ एक पूरी चीज को बराबर के टुकड़ों में बांटकर उसमें से कुछ टुकड़ों को निकाला जा सकता है। इसका वर्णन हम भिन्नों द्वारा कर सकते हैं।

गतिविधि

- डोरी का एक टुकड़ा लें और उसे बीच से मोड़ें। मोड़ पर निशान लगाएं या उसे काटें। फिर उसे बार-बार बीच से मोड़ें।
  समान भिन्न खोजें। इन भिन्न के लिए कुछ समान वाक्य भी लिखें जैसे 4/8, 2/4
- एक डोर को आठ बराबर हिस्सों में बांटें। फिर उसमें से 1/8 हिस्सा काट दें। 1/8 को इस्तेमाल कर कुछ घटाने सम्बंधी समीकरण लिखें जैसे:
  1 - 1/8 = 7/8
  1/2 - 1/8 = 3/8
- एक और डोर से इसी प्रयोग को 1/3, 1/6, 1/12 की भिन्नों के साथ दोहराएं।

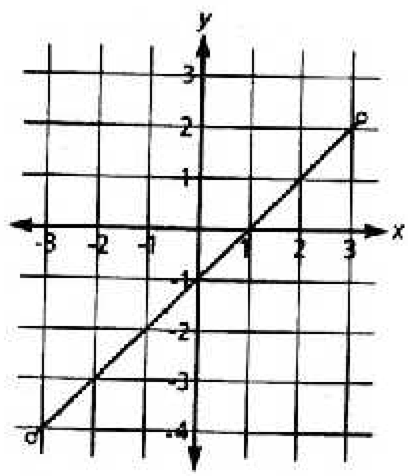
वि
प
य

सीधी रेखा का ग्राफ

■ सीधी रेखा का ग्राफ रैखिक फलन (Linear function) का प्रतीक है।

■ सीधी रेखा का ग्राफ एक सामान्य समीकरण है $y = mx + c$ जहां पर m सीधी रेखा का ढाल है। y वह बिन्दु है जहां ग्राफ y अक्ष को काटता है।

■ जिन सीधी रेखाओं के रेखाचित्र समानांतर होंगे उन रेखाओं का ढाल समान होगा। जिन सीधी रेखाओं के रेखाचित्र y अक्ष को एक ही बिन्दु पर काटेंगे उन सभी में c का मान एक समान होगा।



गतिविधि

एक बड़े कागज, कार्डशीट या ब्लैकबोर्ड पर वर्गों का एक बड़ा जाल बनाएं।
दो अक्षों की जोड़ी भी बनाएं।
डोरी की मदद से एक सीधी रेखा का ग्राफ दिखाएं। छात्र इस चौखाने के जाल पर, डोर के टुकड़ों और पिनों से अलग-अलग रैखिक फलनों को दर्शाएं।

- डोरी के टुकड़ों को पिनों की सहायता से लगाकर निम्न समीकरणों के चौखाने जाल पर दर्शाएं:

$y = x$	$y = x + 1$	$y = 1$	$x = 2$
$y = x + 1$	$y = 2x + 1$	$y = 0$	$x = 0$
$y = x + 4$	$y = 4x + 1$	$y = 4$	$x = -3$
$y = x - 2$	$y = \frac{x}{2} + 1$	$y = -2$	$x = \frac{1}{2}$
	$y = -2x + 1$		

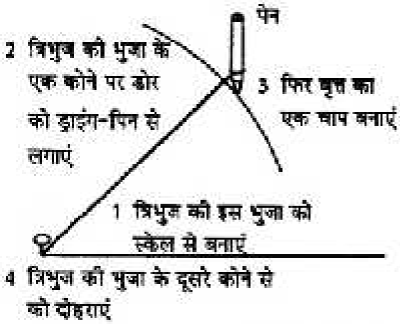
- डोरी के दो टुकड़ों से नीचे दी युगपत रैखिक समीकरणों को दर्शाएं और उन्हें हल करें:
  $y = 2x + 6$
  $y = 2$

वि प य

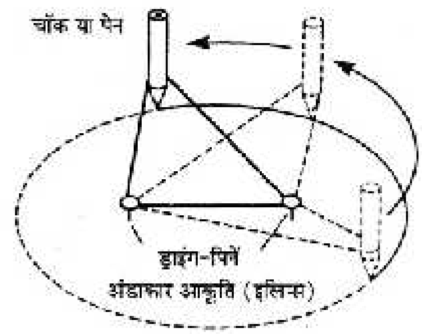
डोरी से रचनाएं

- ऐसी रचनाओं में रेखाओं, कोणों और आकृतियों के चित्र बनाना होते हैं। परन्तु इनमें कोणों और लम्बाइयों को नापना नहीं होता है।

गतिविधि



- कम्पास की जगह एक डोरी का उपयोग कर निम्न आकृतियां बनाएं:
  - एक समबाहु त्रिभुज
  - एक समद्विबाहु त्रिभुज
- डोर से एक अंडाकार आकृति (इलिप्स) बनाएं। दोनों ड्राइंग-पिनों के बीच की दूरी और डोरी की लम्बाई को बदलने से क्या होगा, इसकी जांच करें।



वि प य

मानचित्रण (Mapping) और फलन

आवश्यक सामान:

- *मोटी कार्डशीट या गत्ता या पुराने गत्ते के डिब्बे का टुकड़ा*

- $f: A \rightarrow B$ को एक सुपरिभाषित फलन या मानचित्रण तभी कहा जा सकता है जब समुच्चय **A** के सभी अवयवों x के लिए समुच्चय B में एक विशिष्ट अवयव y इस तरह हो कि $f(x) = y$ हो।
- मानचित्रण और फलन को चित्रों और ग्राफ द्वारा दर्शाया जा सकता है। मानचित्रण और फलन के नियमों का वर्णन बीजगणित द्वारा किया जा सकता है।

गतिविधि

एक कार्ड लें।

उस पर दोनों अक्ष बनाकर उन्हें लेबिल करें।

अक्षों के पैमाने लिखें और उनके हरेक बिन्दु पर सावधानी से छेद बनाएं।

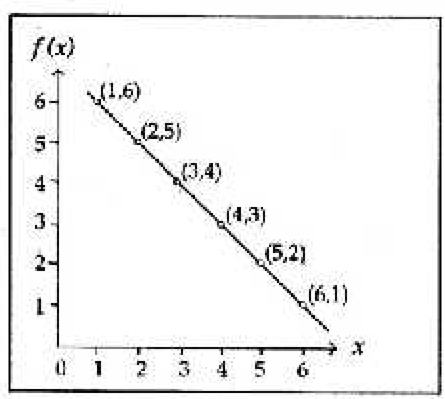
- फलन $f(x): x \rightarrow 7 - x$ को इस बोर्ड पर दर्शाएं। उन बिन्दुओं के निर्देशांक लिखें जिन्हें इकट्ठा मैप किया गया है। उदाहरण के लिए $1 \rightarrow 7 - 1$ से (1,6) मिलेगा। इन सभी बिन्दुओं के छेदों को धागे पिरो कर जोड़ें।
- नीचे दिए नियमों के भी मानचित्र बनाने का प्रयास करें:

  $f(x): x \rightarrow 6 - x$

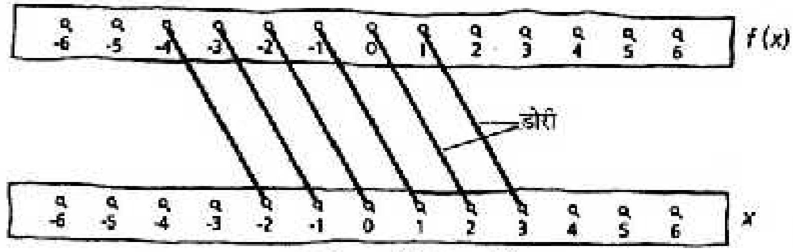
  $f(x): x \rightarrow 3 - x$

  $f(x): x \rightarrow k - x$ की जांच-पड़ताल करें।

  x के भिन्न मानों के साथ कोशिश करें।



- बांस या लकड़ी के दो लम्बे टुकड़े लें। उन्हें ऐसे रखें कि बीच की दूरी करीब आधा मीटर हो। हरेक बांस पर संख्या-रेखा बनाएं और प्रत्येक संख्या के बिन्दु पर एक कील ठोकें। एक बांस पर x और दूसरे पर $f(x)$ का लेबिल चिपकाएं।



$x \rightarrow x - 2$ का मानचित्रण

अब ऊपर दिए उदाहरण के अनुसार दोनों बांसों की संख्याओं को डोरी से जोड़कर मानचित्रण दिखाएं ।

निम्न का मानचित्रण दिखाएं:

$f(x) : x \rightarrow x - 3$
$f(x) : x \rightarrow x + 4$
$f(x) : x \rightarrow 2x$

अब खुद कुछ प्रश्न सोचें और उनका मानचित्रण दिखाएं।

मानसिक बिम्ब - कल्पनाशक्ति का उपयोग

वि
ष
य

बिन्दुपथ

- ऐसे बिन्दु का बिन्दुपथ जो दो स्थिर बिन्दुओं से समान दूरी पर हो।
- त्रिभुजों के भिन्न प्रकार: समकोण, अधिक कोण, समबाहु।

बिन्दुपथ पढ़ाने के लिए मानसिक बिम्ब विशेष रूप से उपयोगी होंगे क्योंकि उनसे गति का आभास होता है।

गतिविधि: तीन बिन्दु

- तीन बिन्दुओं की कल्पना करें। उन्हें एक सीधी रेखा पर रखें।
  फिर बीच के बिन्दु को अन्य दोनों बिन्दुओं के बीच, आगे-पीछे करें।
  अंत में बीच वाले बिन्दु को बाकी दोनों बिन्दुओं के मध्य में रखें।
- फिर बीच वाले बिन्दु को सीधी रेखा से हटाकर इस तरह चलाएं कि वो अन्य दोनों बिन्दुओं से हमेशा समान दूरी पर रहे। बीच वाले बिन्दु को चलाते रहें पर अन्य दोनों बिन्दुओं से उसकी बराबर की दूरी बनी रहे।
  अब बीच वाले बिन्दुपथ का वर्णन करें।
- कल्पना करें कि ऊपर के तीनों बिन्दु सीधी रेखाओं से जुड़े हैं।
  जब बीच वाला बिन्दु चलेगा तो किस प्रकार का त्रिभुज बनेगा?
- आप बीच वाले बिन्दु को लगातार चलाएं। किस प्रकार के त्रिभुज बनेंगे? क्या आप एक समबाहु त्रिभुज बना सकते हैं? जब तीसरा बिन्दु अन्य दोनों के बीच वाली रेखा पर आएगा तो त्रिभुज का क्या होगा?

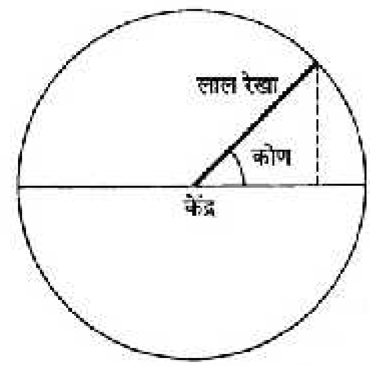
वि ष य *त्रिकोणमिति*

- त्रिकोणमिति में समकोण त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाई के अनुपातों के अनुसार कोणों का माप निकाला जाता है।
- इन अनुपातों के नाम हैं: ज्या (Sine), कोज्या (Cos) और स्पर्शज्या (Tan)। इनकी तालिकाओं को गणित की पुस्तकों के अंत में देखा जा सकता है।
- इन अनुपातों से समकोण त्रिभुजों से सम्बंधित समस्याओं को हल किया जा सकता है।

गतिविधि: ज्या (Sine)

आवश्यक सामान:
- *ब्लैकबोर्ड*
- *स्केल*
- *त्रिकोणमिति की तालिका*

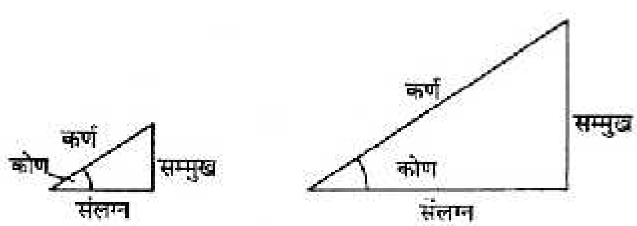
इस चित्र को ब्लैकबोर्ड पर बनाएं।



छात्रों को निम्न निर्देश दें:

- कल्पना करें कि लाल त्रिज्या घड़ी की उल्टी दिशा में घूम रही है। उसे एक पूरे गोले का चक्कर लगवाएं।
- फिर उसे दुबारा घुमाएं। परन्तु, इस बार टूटी रेखा को ध्यान से देखें। कोण के 0° से 90° तक बढ़ते समय टूटी रेखा की बदलती स्थिति पर ध्यान दें।
- अब त्रिज्या को 90° से 180° तक ले जाएं। देखें टूटी रेखा को क्या होता है?
- इस प्रकार पूरे गोले का चक्कर लगाते समय टूटी रेखा की लम्बाई में आए बदलाव पर ध्यान दें।
- लाल त्रिज्या को 30° पर रखें और टूटी रेखा की लम्बाई पर ध्यान दें। अन्य कौन से कोणों पर यह लम्बाई समान होगी?
- कौन से कोणों पर टूटी रेखा की लम्बाई शून्य होगी?
- कौन से कोणों पर टूटी रेखा की लम्बाई त्रिज्या के बराबर होगी?
- त्रिज्या के 0° से 360° तक घूमने और टूटी रेखा की लम्बाई के बीच एक ग्राफ बनाएं।
- जब लाल त्रिज्या का मान 1 होगा तब टूटी रेखा की लम्बाई, कोण की ज्या कहलाएगी। तालिका में ज्या का सही मान देखकर एक ग्राफ बनाएं।
- ब्लैकबोर्ड पर दुबारा निगाह डालें। अगर त्रिज्या 3 गुनी बड़ी होगी तो इसका टूटी रेखा पर क्या असर पड़ेगा? अगर त्रिज्या 10 गुना बड़ी होगी तो इसका टूटी रेखा पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

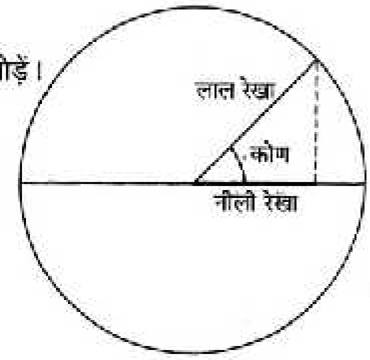
- कर्ण, पैमाने (स्केल-फैक्टर) का प्रतीक है। इसलिए:



कर्ण की लम्बाई × कोण का ज्या = सम्मुख भुजा की लम्बाई।

गतिविधि: कोज्या (Cosine)

ब्लैकबोर्ड पर बने चित्र में एक नीली रेखा और जोड़ें।



ऊपर वाली गतिविधि दोहराएं। परन्तु, अब जैसे-जैसे लाल त्रिज्या, गोले की परिधि की परिक्रमा करे वैसे-वैसे नीली रेखा की लम्बाई में हो रहे बदलाव की कल्पना करें।

- इससे एक बात स्पष्ट होगी कि:
  कर्ण की लम्बाई × कोण की कोज्या = संलग्न भुजा की लम्बाई।

वि **प** य

घन की ज्यामिति

- घन की 6 सतहें, 8 कोने और 12 किनारें होती हैं। ठोस आकृतियों को उनकी सतहों, कोनों, किनारों की संख्या से वर्गीकृत किया जा सकता है।
- औयलर के नियम के अनुसार– सतहें + कोने = किनारें + 2
- किसी ठोस आकृति का जाल एक चपटा आकार होता है जिसे कुछ निश्चित रेखाओं से मोड़कर ठोस आकृति बनाई जा सकती हैं।
  कई ठोस आकृतियों के एक से अधिक जाल होते हैं।
- प्रिज़्म एक ऐसी ठोस आकृति है जिसकी क्षैतिज कटान एक समान होती है।
- प्रिज़्म का आयतन निकालने के लिए उसके कटान के क्षेत्रफल को, प्रिज़्म की ऊंचाई से गुणा करें।

गतिविधि

छात्रों को निम्न निर्देश दें:

- वे एक घन की कल्पना करें। उसके एक कोने को समतल सतह पर टिकाएं। फिर, अपनी उंगली से उसके विपरीत कोने को इस तरह दबाएं जिससे कि घन संतुलन में खड़ा रहे।
- उसके किसी एक कोने के टुकड़े के चाकू से कटने की कल्पना करें। इस कटे टुकड़े का क्या आकार होगा? चित्र बनाएं? घन पर कौन-सा नया रूप बना है?
- घन के सभी कोनों से छोटे-छोटे टुकड़े (स्लाइस्) काटें।
  कुल कितने टुकड़े काटे गए? अब क्या आकार बचा? उसका चित्र बनाएं।
- अब एक नया घन लें और फिर टुकड़े काटें परन्तु इस बार हरेक किनार के मध्य-बिन्दुओं से टुकड़े काटें। अब कौन-सी आकृति बची?
- बची हुई ठोस आकृति और पूरे घन के आयतन में, क्या अनुपात होगा?
  कटे हुए एक टुकड़े और पूरे घन के आयतन का, क्या अनुपात होगा?
- आपने अभी जो भी ठोस आकृतियां बनाई हैं, उनके जाल बनाएं।

वि **प** य

अंक-क्रम और मानसिक गणना

- किसी भी संख्या-क्रम में एक शुरू का बिन्दु होता है और फिर एक कदम का नाप होता है। उदाहरण के लिए 3 से शुरू करके और 5 के कदमों में आगे बढ़ने से जो क्रम बनेगा वह 3, 8, 13, 18, 23, ... होगा।
- फिबोनाशी क्रम में शुरू का अंक 1 होता है और कदम भी 1 होता है। हरेक नया पद पिछले दो पदों को जोड़कर बनता है।

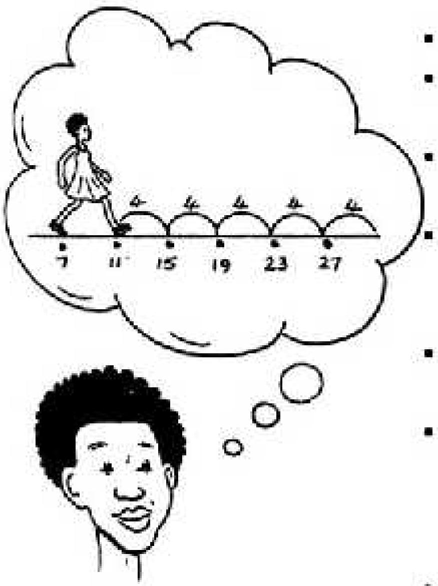
■ फिबोनाशी जैसा क्रम, किन्ही भी दो संख्याओं से शुरू हो सकता है। इसमें हरेक नया पद, पिछले दो पदों को जोड़कर बनता है।

गतिविधि

छात्रों को निम्न निर्देश दें:

आपके दोनों ओर एक संख्या-रेखा खिंची है। उसमें शून्य खोजें ।

अब आप संख्या-रेखा पर सैर-सपाटे के लिए चलें।



- 0 से शुरू करें और 3 की गुणज सभी संख्याओं पर पैर रखें। 50 पार करने से पहले आपने कितने कदम रखे?
- 4 से शुरू करके 7 के कदमों में आगे बढ़ें। क्या आपके पैर 100 पर पड़े?
- 5 से शुरू करके 11 के कदमों में पीछे हटें। कितने कदमों के बाद आप -100 को पार करेंगे?
- 9 से शुरू करके फिबोनाशी के क्रम में आगे बढ़ें। 100 तक पहुंचने से पहले आपकी कितनी अभाज्य (प्राईम) संख्याओं से भेंट हुई? इन संख्याओं को लिखें।
- 7 से शुरू करके 4 के कदमों में आगे बढ़ें। जैसे ही आप किसी संख्या पर आएं, उसके इकाई वाले अंक को देखें। ये अंक कब दोहराना शुरू होते हैं? यह क्रम कितना लम्बा है?
- -5 से शुरू करें और 3 के कदमों में पीछे हटें। हरेक संख्या पर कदम रखते समय उसके इकाई अंक को देखें। इसमें किस प्रकार का नमूना दिखाई पड़ा?
- 0 से शुरू करें। संख्या-रेखा पर 10 तक पहुंचने तक चलें। अब संख्या-रेखा को मोड़ें जिससे कि 11 की संख्या, 9 के पास आ जाए। इससे बनी अन्य जोड़ियों पर भी नज़र डालें। अब 0 किस संख्या के पास है? -16 किस संख्या के पास है? आपको संख्याओं की इन जोड़ियों में, क्या कोई खास बात नज़र आई?
- अब संख्या-रेखा को सीधा करें। उसे अलग-अलग बिन्दुओं पर मोड़ने से क्या होगा?

वि ष य

उल्टी संक्रियाएं (Inverse Operations)

■ जोड़ना, घटाने की उल्टी प्रकिया होती है और घटाना, जोड़ने की। इसी प्रकार गुणा और भाग भी एक दूसरे के उल्टे होते हैं।

■ अगर आप कोई संक्रिया करें और फिर उसका उल्टा करें, तो आपने जहां से शुरू किया था आप वहीं पर लौट आएंगे। उदाहरण के लिए 7 + 2 - 2 = 7

■ अगर आप एक से अधिक संक्रियाएं कर रहे हैं तो किसी संक्रिया को करने के बाद उसकी उल्टी संक्रिया करने से आपने जहां से शुरू किया था आप वहीं पर लौट आएंगे। उदाहरण के लिए:

7 [+2] 9 [×3] 27 [÷3] 9 [-2] 7

गतिविधि

छात्रों को नीचे दिए निर्देश दें।

- मैं एक संख्या सोचता हूं। अगर मैं उसे 5 से गुणा करके, उसमें से 7 घटा दूं तो उत्तर 58 आता है। मैंने कौन-सी संख्या सोची होगी?
- मैं एक संख्या सोचता हूं। उसे 3 से गुणा करता हूं। फिर उसमें से 6 घटाता हूं। अंत में जब मैं उसे 2 से भाग देकर, उसमें 5 जोड़ता हूं, तो उत्तर 23 आता है। मैंने कौन-सी संख्या सोची थी?

शुरू में सोची गई संख्या को खोजने के क्या तरीके हो सकते हैं? इस बारे में छात्र, आपस में चर्चा करें।

अध्याय 3

सीखने वाले का सांस्कृतिक परिवेश

बहुत से छात्रों के लिए स्कूली गणित और घर का काम दोनों बिल्कुल अलग-अलग चीज होती हैं। स्कूल में जो गणित पढ़ाई जाती है वे उसका उद्देश्य नहीं समझते। स्कूल में पढ़ाई जाने वाली गणित और बाजार, रसोई, खेतों में काम आने वाली गणित के बीच भी वे कोई सम्बंध नहीं देखते।

यह अध्याय दिखाता है कि किस प्रकार:

1. स्थानीय समुदाय की संस्कृति को, गणित की कक्षा में लाया जा सकता है।
2. गणित सारी दुनिया में होने वाली गतिविधि है। इस विचार को विकसित करें।
3. गणित पढ़ाने में स्थानीय पर्यावरण और परिवेश का उपयोग किया जा सकता है।

स्थानीय समुदाय की संस्कृति को गणित की कक्षा में लाना आवश्यक है क्योंकि:

- उससे घर और स्कूल के बीच का अवरोध टूटता है।
- समाज में, लोगों के बीच चल रही गणित का महत्व बढ़ता है।
- स्कूली गणित और लोगों की गणित के बीच, सम्बंध स्थापित होते हैं।
- इससे स्पष्ट होता है कि समाज से भी, अच्छी गणित, सीखी जा सकती है।
- इससे स्कूली गणित, छात्रों के लिए अधिक सार्थक बनेगी।

गणित सारी दुनिया में होने वाली गतिविधि है, इस विचार को विकसित करना इसलिए जरूरी है, क्योंकि:

- इससे स्पष्ट होगा कि गणित केवल यूरोप में ही होने वाली चीजें नहीं है।
- इससे विश्व की सारी संस्कृतियों की उपलब्धियों को मान्यता मिलेगी।
- इससे छात्रों का दृष्टिकोण व्यापक होगा।
- इससे यह पता चलेगा कि गणित कहां से आई है।

गणित पढ़ाने में स्थानीय पर्यावरण और परिवेश का उपयोग करना महत्वपूर्ण है, क्योंकि:

- इससे छात्रों को अपने आसपास की दुनिया और स्कूल के बीच, सम्बंध जोड़ने में सहायता मिलेगी।
- इससे छात्रों को अपने परिवेश और पर्यावरण को समझने में मदद मिलेगी।
- गणित रोज की जिंदगी में कैसे इस्तेमाल की जाती है, इसे छात्र देख सकेंगे।

इस अध्याय में गणित की उन गतिविधियों को संकलित किया गया है जिनका दुनिया भर के लोगों ने उपयोग किया है।

इन विषयों को, गणित के पांच प्रमुख क्षेत्रों से चुना गया है:

गिनती, नापना, स्थान खोजना पैटर्न डिजाइन करना और समस्याएं हल करना।

गतिविधियों को खुद विकसित करें

इस अध्याय की कुछ गतिविधियों को खुद करने के बाद, आप अपने आसपास के समाज में हो रही, गणित की क्रियाएं खोजें। इन्हें कक्षा में प्रस्तुत करने के बारे में भी सोचें। कुछ खोजबीन करने लायक स्थान हैं जैसे:

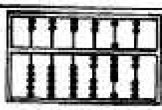
- इमारतें और वास्तुशिल्प
- कपड़ा बुनना
- मूर्तिकला और चित्रकारी
- भार और मापतौल जैसे ज़मीन, अनाज, कपड़ा, फल और सब्ज़ी, समय आदि
- गली-मोहल्लों में खेले जाने वाले खेल
- अंक और गिनती के तरीके
- लेन-देन और अदला-बदली के तरीके
- उंगलियों पर गिनने के तरीके

गिनती

वि ष य

भिन्न-भिन्न अंक और स्थानीय मान की पद्धतियों द्वारा गिनना

- हरेक संख्या पद्धति में कुछ संकेत होते हैं जिनके द्वारा एक विशेष तरीके से गिनती लिखी जा सकती है।
- विभिन्न पद्धतियों में अलग-अलग प्रतीक इस्तेमाल किए जाते हैं और उनका नियोजन भी अलग-अलग होता है।
- स्थानीय मान वाली पद्धति में, प्रतीकों का स्थान, संख्या का मान दिखाने के काम में लाया जाता है। अलग-अलग पद्धतियों में प्रतीक के एक निश्चित स्थान के लिए अलग-अलग मान होते हैं।



चीनी गणक (प्राचीन और नवीन)

۲۹۲

आधुनिक अरबी

CCXCII

रोमन (लगभग 100 ए.डी.)

२९२

आधुनिक हिंदी

प्राचीन ग्रीक (500 साल बी.सी.)

पेरू की इंका क्वीपी (1600 ए.डी.)

प्राचीन मिस्र के अंक (2000 साल बी.सी.)

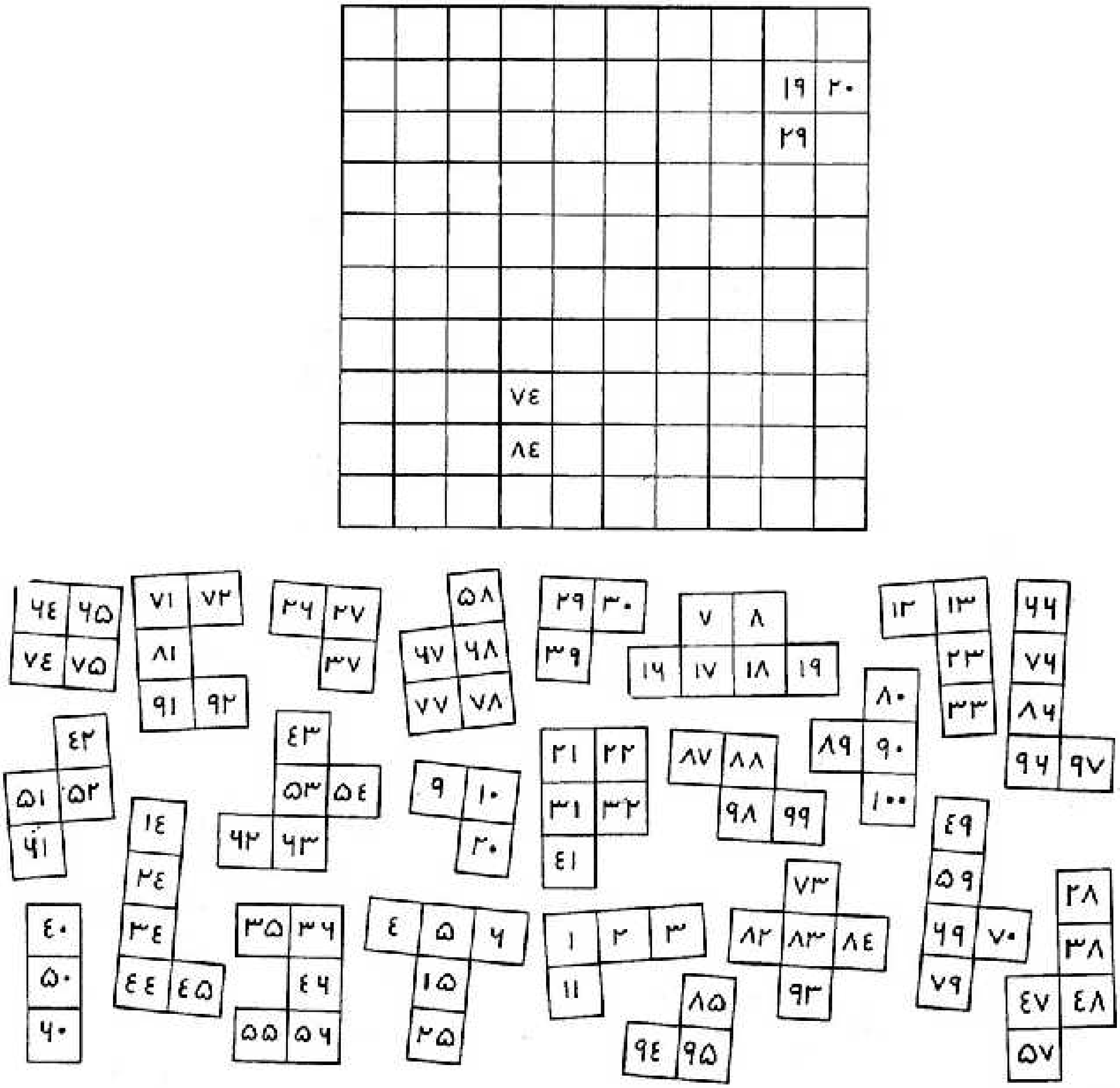
गतिविधि: कौन-सी संख्या?

इन चित्रों में एक ही संख्या को भिन्न पद्धतियों में, सात अलग-अलग तरीकों से लिखा गया है।

- बूझें और पता लगाएं कि सातों कार्डों पर कौन-सी संख्याएं लिखी हैं?
- संख्या 23 को कितने तरीकों से लिख सकते हैं?
- हरेक भाषा में दिए प्रतीकों का इस्तेमाल कर आप कौन-सी अन्य संख्याएं बना सकते हैं?
- आप कौन-से प्रश्न रच सकते हैं?
- आपकी राय में गणक किस प्रकार काम करता है?
- क्या आप किसी को गणक उपयोग करना सिखा सकते हैं?

गतिविधि: अरबी अंकों का वर्ग

अगले पृष्ठ पर बने बड़े वर्ग में 1 से 100 तक के अरबी अंक भरे जा सकते हैं। कुछ संख्याओं को पहले से ही भरा गया है।
बाकी संख्याएं बाहर की ओर अलग-अलग खंडों में कटी रखी हैं।
उन्हें सजाकर पूरे वर्ग को भरने की योजना बनाएं।



10 × 10 के इस अरबी अंक चार्ट से, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर खोजें:

- अरबी अंक पद्धति में आप 437 कैसे लिखेंगे?
- कोई भी संख्या चुनें। मान लें आपने 210 चुनी है। अब इसे अरबी में लिखें। 10 × 10 के अरबी चार्ट की संख्याओं से, 210 बनाएं जैसे 100 + 70 + 40 या फिर 75 + 75 + 60 । सारी गणना अरबी अंकों में ही करें।
- दो टीमों में काम करें। हरेक टीम अरबी अंकों को इस्तेमाल कर 10 प्रश्न बनाए और दूसरी टीम को दे।

  जो टीम सभी 10 प्रश्नों का पहले सही उत्तर देगी, वही जीतेगी।

वि ष य

संख्याओं पर संक्रियाएं

■ चार बुनियादी संक्रियाएं हैं: जोड़, घटाना, गुणा, भाग।

गतिविधि: मिस्त्र का गुणा

38 × 25 की गणना इस प्रकार की जा सकती है:

चरण 1 दो कालम बनाएं और उनमें 1 और 38 लिखें	1	38
दोनों संख्याओं को	2	76
दोगुना करते जाएं और नीचे लिखते जाएं	4	152
बाएं कालम में संख्या, 25 से अधिक हो उससे पहले	8	304
रुक जाएं	16	608

चरण 2 अब बाएं कालम की उन संख्याओं को जोड़ें, जिनका योग 25 हो:

16 + 8 + 1 = 25

चरण 3 बाकी कतारों को काट दें।

दाएं कालम की संख्याओं को जोड़ने पर उत्तर 38 × 25 = 950 मिलेगा।

1	38
~~2~~	~~76~~
~~4~~	~~152~~
8	304
16	608
25	950

इस तरीके का उपयोग कर आप खुद गणित के कुछ सवाल बनाएं।
गुणा का यह तरीका कैसे काम करता है, समझाएं।

आवश्यक जानकारी
मिस्त्र के प्राचीन लोग, 5000 साल पहले, संख्याओं को पत्थरों में खोदते थे।

गतिविधि: मिस्त्र के अंक

प्राचीन काल के मिस्त्र में अंकों के प्रतीक इस प्रकार के थे: I A 1, ∩ A 10 और 9 A 100

I	II	III	III I	III II	III III	III III I	III III II	III III III		∩∩	∩∩∩ ∩∩		99 9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	50	100	300

इसलिए 9 ∩∩∩ ∩∩ III III 156 होगा और 999 9 ∩∩ III III I 427 होगा

- पांच संख्याओं को प्राचीन मिस्त्र के प्रतीकों में लिखें।
  ये संख्याएं 10 और 1000 के बीच हो सकती हैं।
- अपनी संख्याओं को किसी मित्र की संख्याओं के साथ बदलें।
  अब मित्र द्वारा, मिस्त्र के प्रतीकों में लिखी, संख्याओं को बूझें।
- निम्न गणनाएं करें और अपने उत्तर मिस्त्र के प्रतीकों में लिखें।

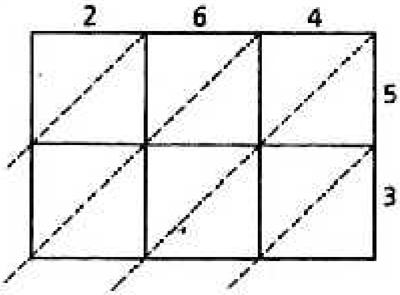
∩∩∩ II + ∩∩ III = ____

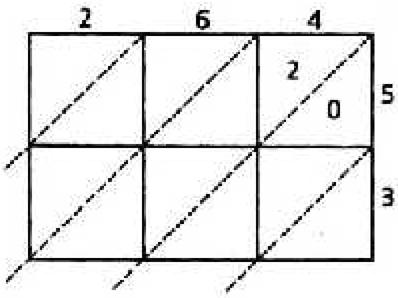
2. ∩ III II + III III = ____

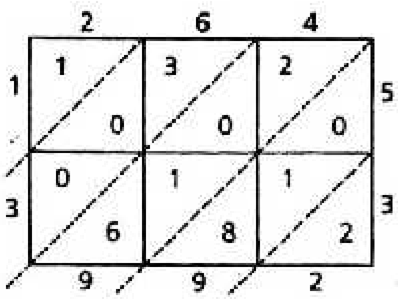
3. ∩∩∩ III ∩∩∩ III + ∩∩ III III = ____

4. जोड़ें 999 99 ∩∩∩ ∩∩∩ ∩ III III II और 999 ∩∩∩ ∩∩∩ ∩∩ III III

5. घटाएं 999 ∩∩∩ III II को 9999 ∩ I में से







गतिविधि: जेलोसिया विधि द्वारा गुणा

जेलोसिया विधि में एक जाल का उपयोग होता है।
264 × 53 की गणना इस विधि द्वारा आसानी से ज्ञात की जा सकती है।

दिखाए तरीके के अनुसार जाल में 264 और 53 की संख्याएं लिखें।

4 को 5 से गुणा करें। दहाई के अंक को विकर्ण के बाईं ओर रखें।
दिखाए अनुसार, इकाई भाग को विकर्ण के दाईं ओर रखें।

4 को 3 से गुणा करें। चित्र में दिखाए अनुसार अपना उत्तर लिखें।
इस प्रकार पूरे जाल को भरें।

फिर हरेक तिरछी पट्टी की संख्या को जोड़ें: उदाहरण के लिए: 3 + 0 + 0 = 3
दिखाए अनुसार इस योग को, जाल के बाहर लिखें।

इस प्रकार आपको प्रश्न का उत्तर मिलेगा: 264 × 53 = 13 992

- इस विधि द्वारा कुछ अन्य संख्याओं का आपस में गुणा करें।
  एक बात का ध्यान रखें। अगर तिरछी पट्टियों का योग 10 या उससे अधिक हो तो, आपको उत्तर के लिए दहाइयों को, अगली तिरछी पट्टी में लेकर जाना होगा: 153 × 29 → 3 13 13 7 = 4, 437
- समझाएं कि यह विधि किस प्रकार काम करती है।
- दशमलव संख्याओं को, आपस में गुणा करने के लिए इस विधि का विस्तार करें।

गतिविधि: मिस्र के भिन्न

- किसी इकाई भिन्न में ऊपर का अंक हमेशा 1 होता है।
  उदाहरण के लिए: 1/3, 1/15, 1/36
- मिस्रवासी केवल इकाई भिन्न का प्रयोग करते थे।
- मिस्रवासी इकाई भिन्न को जोड़कर 7/20 बनाते थे:
  7/20 = 1/5 + 1/10 + 1/20
- इकाई भिन्न के रूप में 13/40 को लिख कर देखें।
- इस प्रकार कुछ अन्य भिन्न को भी इकाई भिन्न के जोड़ के रूप में लिखें।
- तीन ऐसी भिन्न खोजें जिन्हें कि इकाई भिन्न के योग के रूप में लिखा जा सके।
- क्या सभी भिन्न, इकाई भिन्न के योग के रूप में लिखे जा सकते हैं?
- क्या आप मिस्रवासियों की विधि के उपयोग से भिन्न को आपस में जोड़ और घटा सकते हैं?

वि
ष
य

बीजगणित

- बीजगणित के एक भाग में अज्ञात राशियों के लिए प्रतीकों का इस्तेमाल किया जाता है।
- इन बीजगणितीय प्रतीकों को अंकों की तरह ही जोड़ा, घटाया, गुणा और भाग किया जा सकता है।

आवश्यक जानकारी

पश्चिमी अफ्रीका में लगभग 90 लाख लोग हौसा भाषा का उपयोग करते हैं। हौसा भाषा बोलने वाले अधिकांश लोग उत्तरी नाईजीरिया और दक्षिणी नाईजर में रहते हैं।

गतिविधि: हौसा संख्याओं द्वारा समीकरणों का हल

- निम्न समीकरणों को हल करके 1 से 10 तक के हौसा अंक ज्ञात करें:

bakwai + 6 = 13
3 × hudu = 12
shida − 3 = 3
goma + 5 = 2

$4 \times biyu = 8$
$(4 \times uku) + 3 = 15$
$3 \times (12 - takwas) = 12$
$\frac{1}{2} tara = 4\frac{1}{2}$
$2 + daya = 2$
$biyar \times biyar = 25$

- अब निम्न प्रश्नों का हौसा भाषा में उत्तर लिखें:

daya + biyu	$(shida)^2$
goma – biyu	$\sqrt{tara} + 17$
goma + biyu	$(takwas \times tara) + uku$
daya × uku	$(goma \times 10) - hudu$

- हौसा भाषा में पांच प्रश्न लिखें। उन्हें अपने साथी को हल करने के लिए दें।
- क्या आप किसी अन्य भाषा में अंकों के नाम मालूम कर सकते हैं? इन अंकों का प्रयोग कर कुछ प्रश्न और समीकरण लिखें। फिर किसी मित्र से उन्हें हल करने को कहें।

माप

वि
ष
य

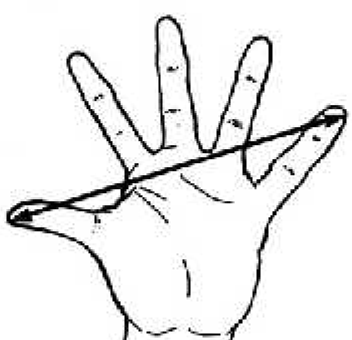
मापने की प्रणालियां

- अलग-अलग सभ्यताओं ने, अपनी विशेष माप प्रणालियां और माप के उपकरण विकसित किए हैं।
- पुरानी माप प्रणालियों में, गैर-मानक इकाइयां जैसे लम्बाई के लिए बालिश्त, आयतन के लिए कटोरे आदि का उपयोग होता था ।
- भिन्न माप प्रणालियों का उपयोग करने वाली सभ्यताओं के बीच, आपसी व्यापार शुरू होने के बाद ही, मानक इकाइयां विकसित हुईं।
- मैट्रिक प्रणाली एक अंतर्राष्ट्रीय प्रणाली है। इसमें मानक इकाइयों का उपयोग होता है।

गतिविधि: मापने की मानक और गैर-मानक इकाइयों की तुलना

माप की स्थानीय, परंपरागत, गैर-मानक इकाइयों के बारे में मालूम करें। माप सिखाते समय सबसे पहले उनका इस्तेमाल करें। आप गैर-मानक इकाइयों को मैट्रिक प्रणाली में परिवर्तित करके, उन्हें उपयोग में ला सकते हैं।

पूर्वी अफ्रीका के तटवर्ती क्षेत्रों में निम्नलिखित इकाइयां उपयोग में लाई जाती हैं (व्यापारियों द्वारा उपयोग की जाने वाली इन इकाइयों के निकटतम ब्रिटिश समतुल्य साथ में दिए गए हैं):



एक बालिश्त

<u>लम्बाई के लिए:</u>

शिबिरी एक बड़ा बालिश्त है, अंगूठे के सिरे से छोटी उंगली के सिरे की लम्बाई। यह लगभग 9 इंच लम्बी होती है।

मकोनो 2 शिबिरी = लगभग आधे गज के बराबर

पीमा 4 मकोनो = लगभग दो गज या 1 फैदम के बराबर

<u>क्षमता या आयतन के लिए:</u>

किबाबा एक पिंट के बराबर

किसागा 2 किबाबा = 1 क्वार्ट या 2 पिंट

पिशी 2 किसागा = आधा गैलन या 4 पिंट

<u>भार के लिए:</u>

वाकिया 1 आउंस

राटली 16 वाकिया = 1 पाउंड या 16 आउंस

फ्रासिला करीब 36 राटली या 36 पाउंड के लगभग

- अलग-अलग वस्तुओं के माप का *स्वाहिली* इकाइयों में, अनुमान लगाएं जैसे ब्लैकबोर्ड की लम्बाई शिबिरी में, कमरे की लम्बाई मकोनो में, कुर्सी का भार राटली में।
- ऊपर की वस्तुओं को *स्वाहिली* इकाइयों में एकदम सही-सही मापें।
- अब यह इकाइयां उपयोग में क्यों नहीं लाई जाती हैं इसके बारे में चर्चा करें।
- ऊपर की वस्तुओं को सेंटीमीटर, मीटर, किलोग्राम में, एकदम सही-सही मापें।
- कुछ *स्वाहिली* इकाइयों के मैट्रिक समतुल्य मालूम करें।
  उदाहरण के लिए– 1 शिबिरी लगभग 22 सेंटीमीटर होती है।

विषय

स्थान निर्धारण

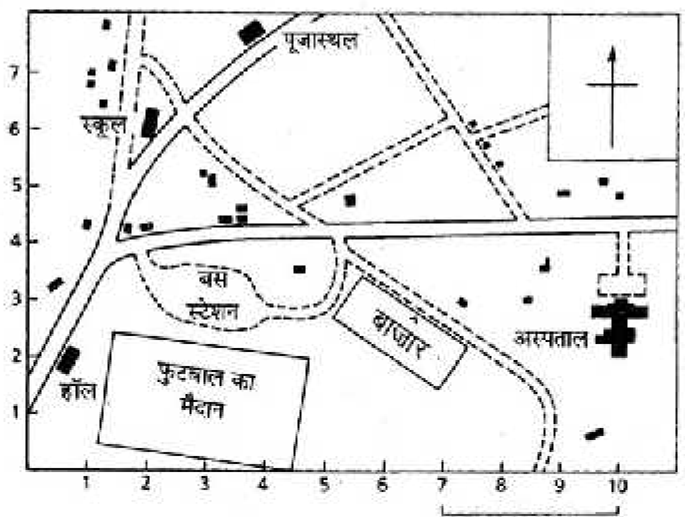
स्थान निर्धारण

- हम एक निरपेक्ष (Absolute) प्रणाली या एक सापेक्ष प्रणाली द्वारा वस्तुओं की स्थिति का वर्णन कर सकते हैं या दिशा निर्देश दे सकते हैं।
- नक्शों में निर्देशांकों की एक निरपेक्ष प्रणाली होती है क्योंकि वहां मूलबिन्दु, अक्षांश और देशांतर रेखाओं पर स्थित होता है। निर्देशांक, मूलबिन्दु से किसी भी बिन्दु की स्थिति निर्धारित करते हैं। मूलबिन्दु से कितना आगे और कितना ऊपर जाना है, निर्देशांक वे दूरियां दर्शाते हैं।
- उत्तर, दक्षिण, पूर्व, पश्चिम, एक निरपेक्ष दिशा प्रणाली के अंग हैं।
- दिशाकोण, प्रेक्षक के सापेक्ष होते हैं। वे किसी भी बिन्दु की स्थिति को निर्धारित करते हैं। इसके लिए उत्तरी रेखा से घड़ी की दिशा में नापा गया कोण और प्रेक्षक की दूरी, मालूम होना जरूरी है।

आवश्यक सामान:

- *आपके देश या जिले का नक्शा*

गतिविधि: निर्देशांकों या दिशाकोण और दूरी से, स्थानों की स्थिति ज्ञात करना



खज़ाने की खोज के लिए सरल निर्देश

1. (2, 4) से शुरू करें।
2. एक कि.मी. पूर्व की ओर जाएं फिर 45° पर, दक्षिण-पूर्व की ओर मुड़ें और (8, 2) पर पहुंचें।
3. फिर 90° पर, उत्तर-पूर्व की ओर मुड़ें और 500 मीटर चलें।
4. पश्चिमी ओर के घर से आधी दूरी पर।
5. अगर आप ऊपर की ओर देखेंगे तो आपको खज़ाना दिखाई देगा।

- नक्शे में आप कहां हैं, खोजें। अपने निर्देशांक लिखें।
- नक्शे पर उन जगहों को खोजें जहां आप पहले जा चुके हों या जिनके बारे में आपने सुन रखा हो। उनके निर्देशांक क्या हैं?
- किसी देश, जिले, गांव या फिर स्कूल के नक्शे से शुरू करें। इस नक्शे पर कोई ऐसा स्थान चुनें जहां कोई खज़ाना छिपाया जा सके। इस खज़ाने की स्थिति निश्चित करें, परंतु उसे नक्शे पर दिखाएं नहीं।
- अब शुरू का बिन्दु चुनें और फिर ऐसे निर्देश लिखें जिससे किसी खोजी को, खज़ाना ढूंढने में मदद मिल सके। अपने निर्देशों में दिशाकोणों, पैमानों और निर्देशांकों का भरपूर उपयोग करें, परंतु स्थानों के नाम न बताएं।

खजाने के निर्देशों को किसी साथी के साथ बदलें और देखें कि क्या वह खजाना खोज पाता है।

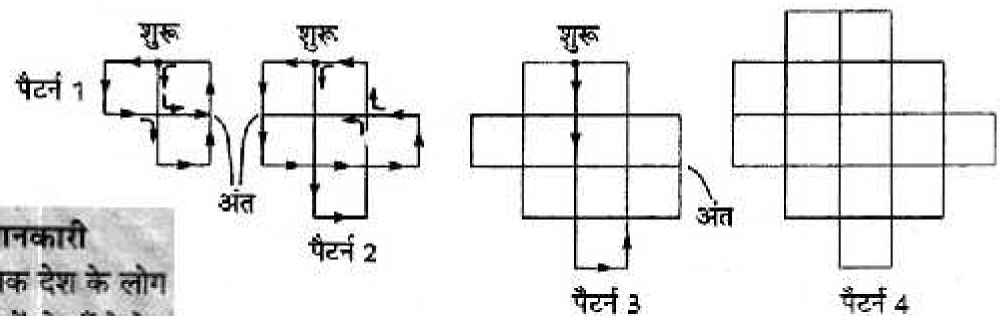
विषय

जाल (Networks)

- जाल असल में, स्थान-विज्ञान (Topology) का ही एक अंग है। स्थान-विज्ञान किसी सतह पर स्थित बिन्दुओं के बीच सम्बंधों का वर्णन करता है।
- जालों का अध्ययन, बिन्दुओं के बीच की यात्राओं से सम्बंधित होता है।
- जब हम किसी जाल के सभी बिन्दुओं को बिना किसी पूर्व बिन्दु पर गए पार कर पाएंगे, तब हम जाल को पारगम्य कहेंगे।

गतिविधि: शौंगो पैटर्न के जाल

- नीचे बने, पहले दो, शौंगो पैटर्न पर नजर डालें।
  देखें कि हरेक जाल कहां से शुरू होता है। अब पेन से तीरों के पीछे-पीछे चलकर पैटर्न को बनाएं। बनाते समय किसी पूर्व रेखा पर दुबारा नहीं जाएं और न ही पेन को उठाएं।



आवश्यक जानकारी

अफ्रीका के ज़ायर नामक देश के लोग राफिया के प्राकृतिक रेशों से शौंगो के पैटर्न बुनते हैं। वहां पर बच्चे भी शौंगो के पैटर्न से खेल खेलते हैं।
खेल का उद्देश्य, बिना उंगली उठाए और बिना किसी पूर्व रेखा को काटे पैटर्न बनाना होता है।

- पैटर्न 3 में बने जाल को, पूरा करने की कोशिश करें।
- बिना किसी पूर्व रेखा को काटे और बिना पेन उठाए पैटर्न 4 को बनाने का प्रयास करें। इस पैटर्न के, शुरू और अंत के बिन्दुओं को खोजें।
- हरेक पैटर्न में कितने वर्ग हैं इस बात की खोजबीन करें। आपको क्या नज़र आया?
- हरेक पैटर्न में बनी रेखा की कुल लम्बाई की जांच-पड़ताल करें।

विषय

बिन्दुपथ

- बिन्दुपथ, किसी नियम के अनुसार यात्रा कर रहे बिन्दु का पथ होता है।
- बिन्दुपथ के नियमों के कुछ उदाहरण हैं:
  यात्रा करने वाला बिन्दु हमेशा समान दूरी पर हो – किसी एक अन्य बिन्दु से दो बिन्दुओं से या किसी एक या दो रेखाओं से।

गतिविधि: मछुआरों की बस्ती में बिन्दुपथ की खोजबीन

कुछ देशों में, मछलियों को आग के पास रखकर सुखाया जाता है। वहां पर सभी मछलियों को आग से समान दूरी पर रखा जाता है।

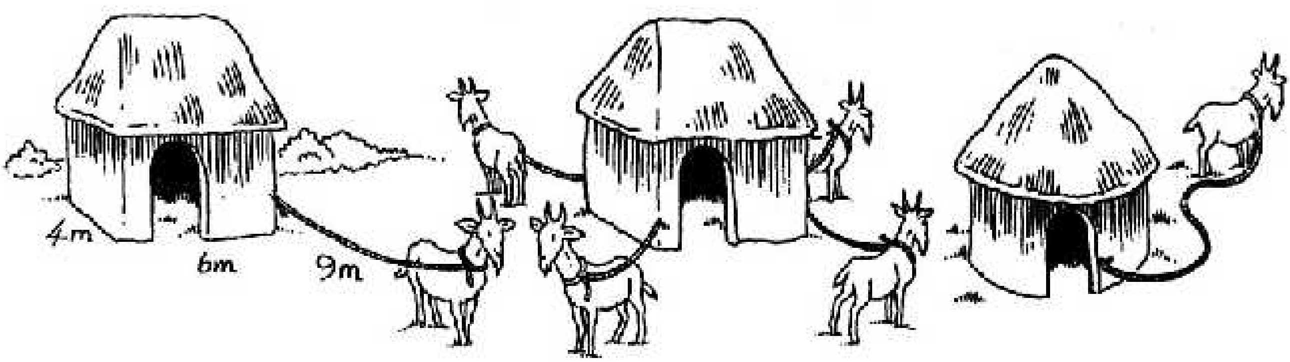
- नीचे दी गई समस्याओं में बिन्दुपथ ज्ञात करें:
  - एक मछुआरिन अपनी पकड़ी हुई मछलियों को सुखाना चाहती है।
    सभी मछलियों का आग से समान दूरी पर होना जरूरी है।
    मछलियों को रखने का चित्र बनाएं।

– एक रईस मछुआरा है जिसके पास आग की दो भट्टियां हैं। मछलियां दोनों भट्टियों से एक समान दूरी पर रखनी हैं। मछलियां कहां रखी जाएं इसका एक चित्र बनाएं।

गतिविधि: किसानों के बीच बिन्दुपथ की खोजबीन

एक खेत के मध्य में बनी झोपड़ी के कोने से एक बकरी बंधी है। झोपड़ी 4 मी. × 6 मी. की है और रस्सी 9 मी. लम्बी है।

- कितने क्षेत्रफल में बकरी घास चर सकती है?
- अगर रस्सी 12 मी. लम्बी होगी तो क्या होगा? अब बकरी कितने क्षेत्रफल की घास चर सकेगी?
- इस बात की खोजबीन करें कि बकरी कितने क्षेत्रफल की घास खा सकेगी:
  - अलग-अलग लम्बाई की रस्सियों के लिए
  - झोपड़ी के अलग-अलग नाप और आकार के लिए
  - अगर एक से अधिक बकरियां हों, तब?



वि
ष
य

घुमाना (Rotation) *और परावर्तन* (Reflection)

- किसी भी आकार या वस्तु की स्थिति को बदलने के दो तरीके हैं: घुमाना और परावर्तन।
- घुमाने के दौरान वस्तु की स्थिति, एक बिन्दु के सापेक्ष घूम जाती है।
- परावर्तन में वस्तु पर स्थित हरेक बिन्दु दर्पण-रेखा के दूसरी ओर समान दूरी पर स्थित होता है।

गतिविधि: रंगोली के पैटर्न डिज़ाइन करना

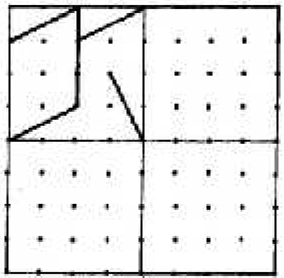
रंगोली के पैटर्न में किसी एक डिजाइन को बिना कोई रिक्त स्थान छोड़े, बार-बार दोहराया जाता है। रंगोली के पैटर्न में अनेकों सममिति की रेखाओं द्वारा डिज़ाइन परावर्तित होते हैं।

आवश्यक जानकारी
दीवाली या प्रकाश पर्व, हिन्दू वर्ष का एक प्रमुख त्यौहार होता है। दीवाली के समय बहुत से परिवार अपने घरों को रंगोली के पैटर्न से सजाते हैं।

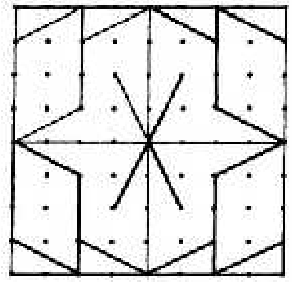
नीचे के 6 निर्देशों का पालन करके, एक रंगोली का पैटर्न बनाएं।

चरण 1. एक वर्गाकार जाल से शुरू करें। खड़ी और आड़ी सममिति की रेखाएं बनाएं। इससे पूरा जाल, चार समान खंडों में बंट जाएगा।

चरण 2. अब जाल के एक खंड में कुछ बिन्दुओं को आपस में जोड़ें। बहुत अधिक रेखाएं नहीं बनाएं क्योंकि जब आप, अन्य तीन खंडों में इसी डिज़ाइन को दोहराएंगे तो आपको दिक्कत नहीं होगी।



चरण 1 और चरण 2

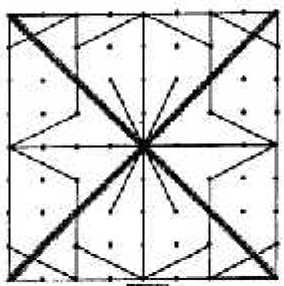


चरण 3

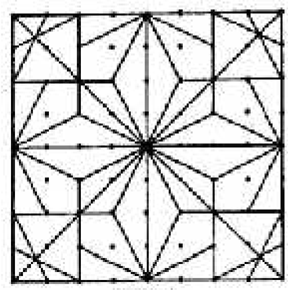
चरण 3. पहले चौथाई खंड में बनी रेखाओं को अन्य तीनों खंडों में प्रतिबिम्बित करें। खड़े और आड़े अक्षों की मदद से रेखाओं को प्रतिबिम्बित करें। इसके लिए एक छोटा दर्पण उपयोगी हो सकता है।

पहले खंड से शुरू करके, उससे सटे हुए दूसरे खंड में जाएं। उसके बाद दोनों खंडों को जाल के दूसरे आधे भाग में प्रतिबिम्बित करें।

चरण 4. बड़े मूल वर्ग के दोनों विकर्ण बनाएं।

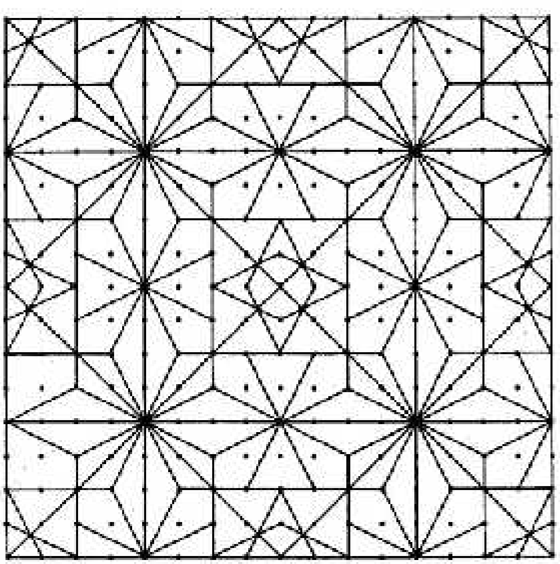


चरण 4



चरण 5

चरण 5. इन रेखाओं को दोनों विकर्णों से प्रतिबिम्बित करें। आप अपने जाल को, विकर्णों पर मोड़कर, रेखाओं के प्रतिबिम्बन को सुनिश्चित कर सकते हैं। कागज को मोड़ने की बजाए आप दोनों विकर्ण पर एक छोटा दर्पण रख सकते हैं।



चरण 6

चरण 6. अब अपने डिज़ाइन को बड़ा करें: आपने सबसे पहले जो डिजाइन बनाया था, उसके पास एक और वर्गाकार जाल बनाएं। 1 से 5 तक के चरणों के अनुसार, इस डिज़ाइन को दोहराएं। आप चाहें तो इसमें और वर्गाकार जाल जोड़ सकते हैं या फिर उसी पैटर्न को बिना कोई रिक्त स्थान या बीच की रेखा छोड़े, बार-बार दोहरा सकते हैं।

इससे नई-नई आकृतियां उभरेंगी। बाएं हाथ का पैटर्न, चरण 1 की पांच रेखाओं को बार-बार, अलग-अलग सममिति की रेखाओं से प्रतिबिम्बित करके बनाया गया है।

डिज़ाइन करना

वि
ष
य

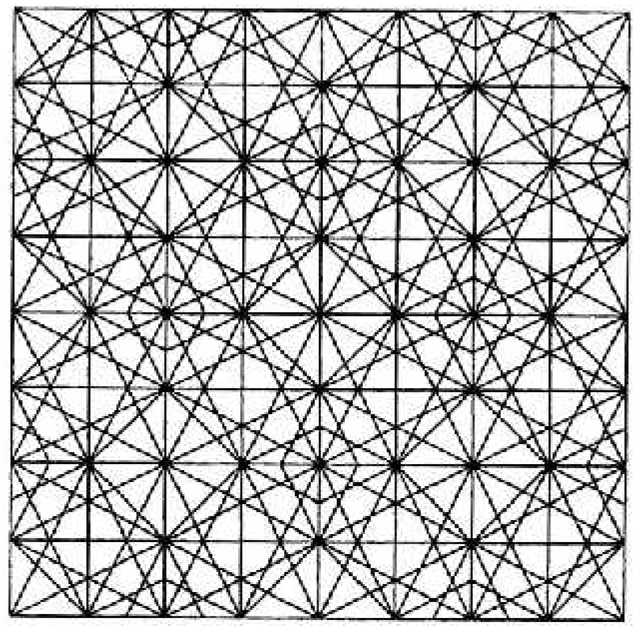
पैटर्न डिज़ाइन करना

- दो-आयामी आकृतियों को निम्न गुणधर्मों के आधार पर वर्गीकृत किया जा सकता है, जैसे: भुजाओं की संख्या, कोनों की संख्या, भुजाओं की लम्बाई, समांतर भुजाओं की जोड़ियां, सममिति की रेखाएं।
- कुछ आकृतियां बिना कोई रिक्त स्थान छोड़े, आपस में फिट होकर एक ऐसा पैटर्न बनाती हैं जो बार-बार दोहराया जाता है। इसे *टैसिलेशन* कहते हैं।

आवश्यक जानकारी

इस्लामी चित्रकार, जीवित चीजों और लोगों को प्रदर्शित नहीं करते हैं। इस्लामी चित्रकारी, ज्यामिति की अवधारणाओं और जटिल सममिति के पैटर्न पर आधारित है।
सुंदर ज्यामितीय पैटर्न, दुनिया भर की मस्ज़िदों, मध्य-पूर्व की प्राचीन दरगाहों और मोरक्को में फर्श, आंगन और फव्वारों में पाए जाते हैं।

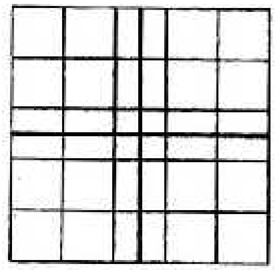
गतिविधि: वर्गों पर इस्लामी पैटर्न बनाना



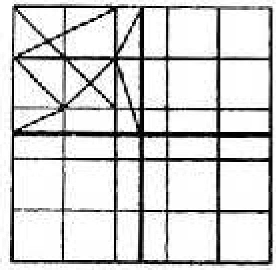
इस्लामी पैटर्न

चरण 1. एक चौखाने वाले कागज पर 5 × 5 का, एक जाल बनाएं। रेखाएं बहुत मोटी नहीं बनाएं क्योंकि उन्हें शायद बाद में मिटाना पड़े।

चरण 2. अब चित्र के अनुसार खड़ी और आड़ी मध्य-रेखाएं बनाएं।



चरण 1 और 2

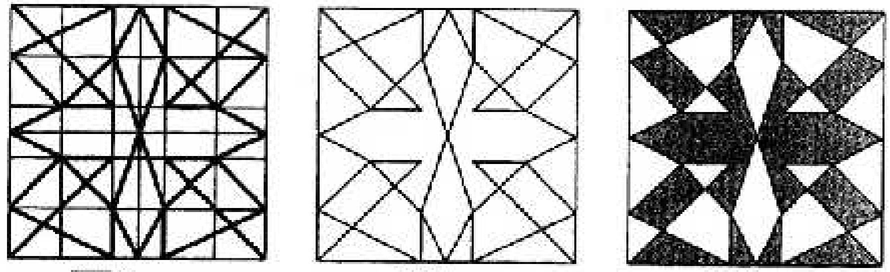


चरण 3

चरण 3. इस जाल के एक-चौथाई हिस्से में अब कोई भी पैटर्न बनाएं।

चरण 4. इस पैटर्न की रेखाओं को अब बाकी तीनों, चौथाई-खंडों में भी प्रतिबिम्बित करें।

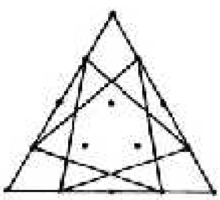
चरण 5. अब गौर से, रोचक आकृतियों को खोजें और उन्हें पाने के लिए कुछ रेखाओं को मिटाएं। आपके पास एक सममिति (सिमेट्रिक) डिज़ाइन बचे, यह सुनिश्चित करें।



चरण 6. पैटर्न के कुछ हिस्सों में रंग भरें। डिज़ाइन में सममिति रखें।

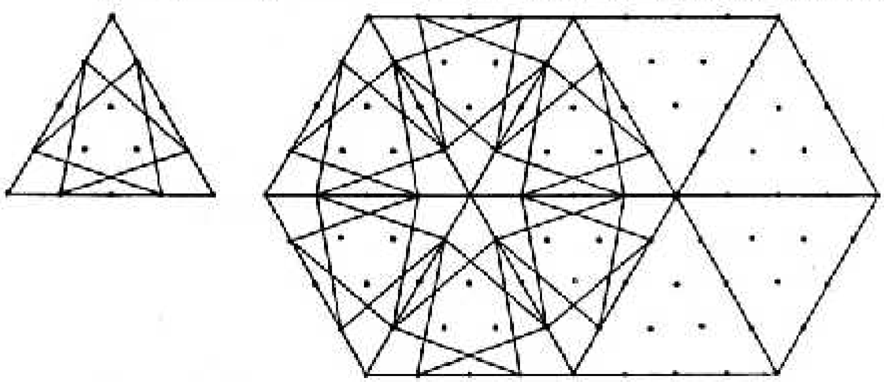
विस्तार

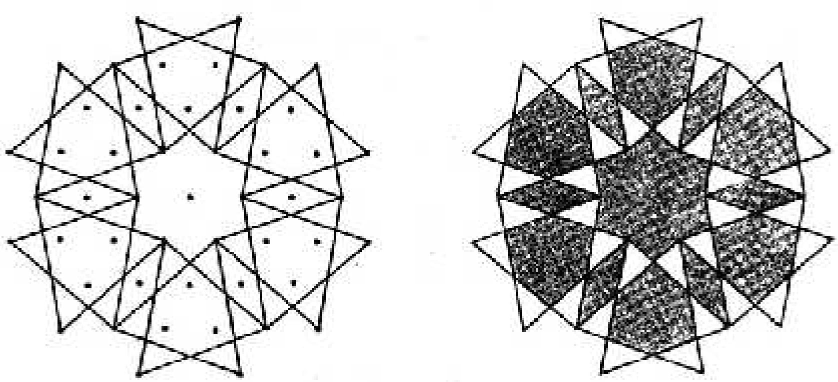
- इस पैटर्न को बिना कोई रिक्त स्थान छोड़े, बार-बार दोहराएं।
  नई आकृतियों की तलाश करें। पैटर्न में छिपी ज्यामितीय आकृतियों को पहचानें।
- पैटर्न के पहले चौथाई खंड में रंगी हुई आकृतियों के क्षेत्रफल की गणना करें।
  फिर पूरे पैटर्न के रंगीन भाग का क्षेत्रफल निकालें।



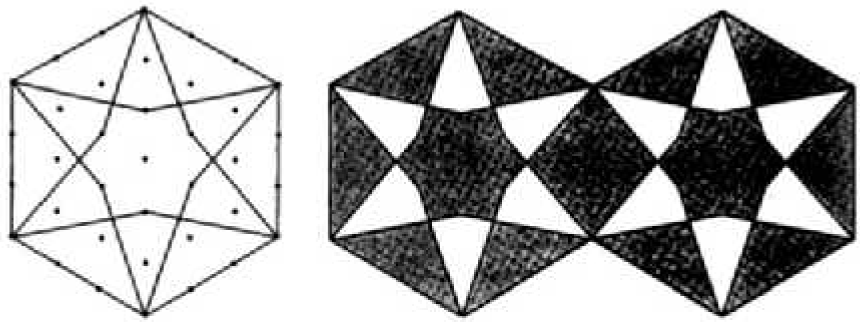
गतिविधिः बहुभुजों पर इस्लामी पैटर्न के डिज़ाइन

- चित्र में दिखाए अनुसार बिन्दी वाले कागज़ पर त्रिभुज बनाकर शुरुआत करें।
  इस त्रिभुज के अंदर कोई डिज़ाइन बनाएं।
  अब बहुत सारे त्रिभुज बनाएं और उनमें इस डिज़ाइन को प्रतिबिम्बित करें।
  मूल त्रिभुजों की भुजाओं को मिटाएं। फिर रंग भर कर सममितीय डिज़ाइन बनाएं।



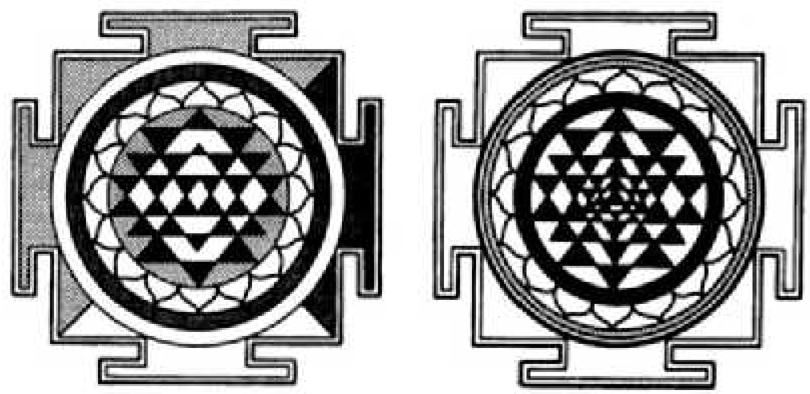


- अन्य नियमित आकार जो टैसिलेट करते हों, यानि जो बिना कोई रिक्त स्थान छोड़े आपस में फिट होते हों, के साथ भी कोशिश करें।



गतिविधि: हिन्दू और बौद्ध डिज़ाइनों की खोजबीन

> **आवश्यक जानकारी**
> हिन्दू और बौद्ध धर्म के लोग मनन-चिंतन करने के लिए कुछ विशेष प्रकार के डिज़ाइन बनाते हैं। इन्हें मंडल, यंत्र या जंत्र कहते हैं।



- चित्र में दिखाए, दोनों यंत्रों का, अध्ययन करें। फिर नीचे दिए प्रश्नों के उत्तर दें:
  - आपको हरेक पैटर्न में, कितने त्रिभुज दिखाई दिए?
  - कितने त्रिभुज ऊपर की ओर हैं और कितने नीचे की ओर?
  - दोनों यंत्र एक-दूसरे से किस तरह अलग हैं?
  - छोटे-छोटे त्रिभुज आपस में मिलकर विभिन्न आकार के बड़े त्रिभुज बनाते हैं। इनमें अलग-अलग आकार के कितने त्रिभुज हैं?
  - आपको यंत्रों में अन्य कौन-सी आकृतियां दिखीं?
    समचतुर्भुज (बर्फी के आकार)? समलम्ब (ट्रैपीजिया)? षट्भुज?
    अन्य आकृतियां? कितनी?
- अपने आप एक यंत्र बनाने की कोशिश करें। किताबों में उनके बारे में पढ़ें। धार्मिक शास्त्र के शिक्षक से पूछें। अगर आप किसी हिन्दू या बौद्ध व्यक्ति को जानते हों तो उससे पूछें।
- खुद यंत्रों को बनाकर देखें।

दुनिया के कोने-कोने की पहेलियां और समस्याएं

गतिविधि: प्राचीन चीन से समस्याएं

1. ढाई पिकुल चावल, 3/7 चांदी की टायल में खरीदा गया। 9 टायल में कितना चावल आएगा?
2. 100 चिड़िया (मुर्गा, मुर्गी, चूजे) 100 शिलिंग में बिकती हैं। मुर्गा 5 शिलिंग का, मुर्गी 3 शिलिंग की और उनके चूजे 1/3 शिलिंग के बिकते हैं। यह बताएं कि कितने मुर्गे, मुर्गियां और चूजे बिके? इस प्रश्न के अलग-अलग कितने उत्तर हो सकते हैं?

गतिविधि: भारत से समस्याएं

1. 20 लोग (मर्द, औरत और बच्चे) आपस में मिलकर, 20 सिक्के कमाते हैं। हरेक मर्द 3 सिक्के, औरत डेढ़ सिक्का और हरेक बच्चा आधा सिक्का, कमाता है। कुल कितने मर्द, औरतें और बच्चे हैं?
2. तीन सिपाही एक बगीचे की रखवाली कर रहे थे। एक चोर तीनों सिपाहियों को, एक-एक करके मिला। चोर के पास उस समय जितने सेब थे, उनके आधे से दो अधिक सेब उसने सिपाहियों को दिए। अंत में वह केवल एक सेब ही चुरा कर ले जा सका। चोर ने शुरू में कितने सेब चुराए?

आवश्यक जानकारी

3500 वर्ष पहले, मिस्र के एक लेखक एहमस ने चित्रलिपि में पपायरस (एक विशेष कागज़) पर कुछ आलेख लिखे थे। 1858 में हेनरी रिंड ने इन्हें खोजा। ये आलेख रिंड पपायरस के नाम से मशहूर हैं। इसी आलेख में से दो समस्याएं यहां पर दी गई हैं।

गतिविधि: प्राचीन मिस्र से समस्याएं

1. सात घर हैं और हरेक में, सात बिल्लियां हैं। सातों बिल्लियां, सात चूहे मारती हैं। हरेक चूहा, गेहूं की सात बालियां खाता। हरेक गेहूं की बाली से, सात इकाई आटा बनता है। बिल्लियां, कुल मिलाकर, कितनी इकाई, आटा बचाती हैं?
2. एक संख्या और उसका चौथाई मिलकर 15 होते हैं। संख्या बताएं?

दुनिया के कोने-कोने से कौशल और चतुराई के खेल

गतिविधि: नाईन मेंस मौरिस

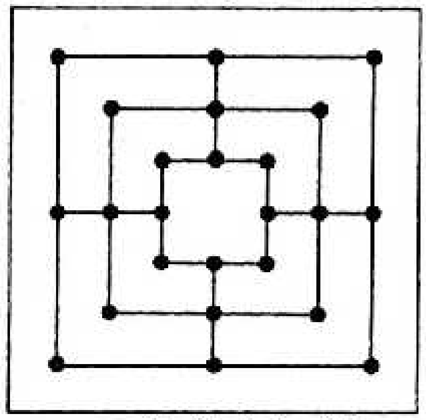
<u>आवश्यक सामान:</u>

- *एक रंग की 9 गोटियां खिलाड़ी -1 के लिए*
- *दूसरे रंग की 9 गोटियां खिलाड़ी -2 के लिए*
- *एक बोर्ड (अगले पृष्ठ पर देखें)*

यह खेल दो खिलाड़ियों के लिए है। मिस्र, श्रीलंका और नार्वे में भी इस खेल के बोर्ड पाए गए हैं।

नियम

- खिलाड़ी बारी-बारी से बोर्ड की काली बिन्दियों पर, एक-एक गोटी रखते हैं। इस प्रकार दोनों खिलाड़ी, अलग-अलग रंगों की नौ-नौ गोटियां बोर्ड पर रखेंगे।
- खिलाड़ी बारी-बारी से बोर्ड पर एक गोटी को खाली बिन्दी पर चलाते हैं। गोटी को, एक रेखा में, किसी भी दिशा में चलाया जा सकता है परंतु जिस बिन्दी पर गोटी रखी हो उस पर से कूदना मना है।
- जब कोई खिलाड़ी अपनी तीन गोटियां, एक-रेखा में ले आए तब वह दूसरे खिलाड़ी की एक गोटी को बोर्ड पर से हटा सकता है।
- जिस खिलाड़ी की सिर्फ दो गोटियां ही बचें और वह चाल नहीं चल पाए तो वह हार जाता है।



नाइन मैंस मौरिस के लिए बोर्ड

इस खेल को कई बार खेलें और फिर निम्न प्रश्नों पर चर्चा करें:

- क्या खेल शुरू करने की कोई 'सबसे अच्छी' चाल है?
- दोनों खिलाड़ियों के एक-एक चाल चलने के बाद कुल कितनी स्थितियां संभव हैं?
- तीन गोटियों को एक-रेखा में लाए बिना बोर्ड पर अधिक-से-अधिक कितनी गोटियां रखी जा सकती हैं?
- एक चींटी बोर्ड पर कहीं से भी चलना शुरू करती है और सभी रेखाओं से होकर गुजरती है। उसके लिए सबसे छोटा रास्ता कौन-सा होगा?

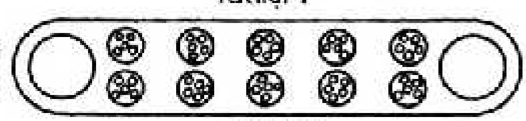
गतिविधि: कौंगक्लैक

आवश्यक सामान:

- *एक आयताकार बोर्ड जिसमें दो समांनातर रेखाओं में पांच-पांच छेद हों और दोनों सिरों पर एक-एक बड़ा छेद हो*
- *50 काउंटर: इनके लिए आप शंख, छोटे पत्थर या बीज उपयोग कर सकते हैं*

दो लोगों के लिए खेल।

इस खेल के कई अलग-अलग प्रकार हैं। इसे कई देशों में खेला जाता है।



कौंगक्लैक का बोर्ड

- खिलाड़ी - 1 के लिए 25 छोटे पत्थर लें।
- खिलाड़ी - 2 के लिए भी 25 छोटे पत्थर लें।

नियम

- खेल शुरू करने के लिए पांच शंखों, पत्थरों या बीजों को बोर्ड पर बने हरेक छेद में रखें परंतु छोरों पर स्थित गोदामों में नहीं।
- खिलाड़ी -1 और खिलाड़ी -2 बारी-बारी से काउंटरों को उठाएं और बोर्ड पर घड़ी की दिशा में चलें। वे हरेक छेद और अपने गोदाम में एक-एक काउंटर डालें (बीज बोएं)। परंतु, विपक्षी के गोदाम में नहीं। अंत में जिस खिलाड़ी के गोदाम में सबसे अधिक काउंटर होंगे खेल जीतेगा।
- खेल शुरू करने के लिए एक खिलाड़ी अपनी तरफ वाले बोर्ड के किसी भी छेद में से काउंटर उठाए और फिर उन्हें घड़ी की दिशा में छेदों में बोता चला जाए। वह अपने गोदाम में भी एक काउंटर डाले परंतु विपक्षी के गोदाम में नहीं।

हर चाल का अंतिम काउंटर:

- अगर अंतिम काउंटर एक ऐसे छेद में गिरे जिसमें पहले से अन्य काउंटर हों तो, उस छेद के काउंटर उठाकर, बीज बोने की प्रक्रिया जारी रहेगी।
- अगर आखिरी काउंटर विपक्षी की ओर किसी खाली छेद में गिरे तो चाल खत्म हो जाएगी और फिर विपक्षी खेलेगा।
- अगर अंतिम काउंटर खिलाड़ी के अपनी ओर वाले किसी खाली छेद में गिरे तब खिलाड़ी, विपक्षी के उसी छेद के सभी काउंटरों को उठाकर, अपने गोदाम में डाल देगा। उसके बाद विपक्षी खिलाड़ी अपनी चाल चलेगा।
- अगर अंतिम काउंटर खिलाड़ी के अपने गोदाम में आकर गिरे तो उसकी चाल खत्म हो जाएगी और फिर विपक्षी अपनी चाल शुरू करेगा।
- जब किसी खिलाड़ी के अपनी ओर वाले छेदों में कोई काउंटर नहीं बचे तब खेल खत्म हो जाएगा। तब विपक्षी, बोर्ड पर बचे बाकी सभी काउंटरों को, अपने गोदाम में डाल देगा।
- खेल के अंत में जिस खिलाड़ी के गोदाम में, अधिक काउंटर होंगे वही जीतेगा।

गतिविधि: गायें और तेंदुए

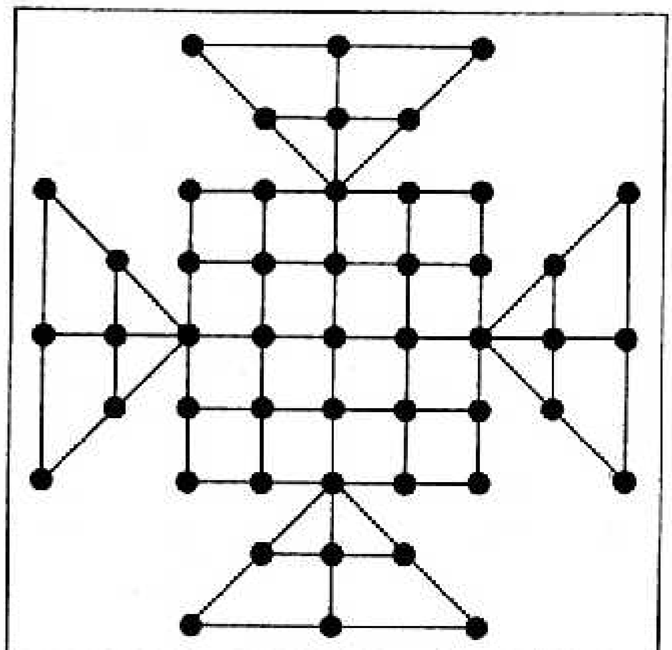
दो लोगों के लिए श्रीलंका से एक खेल।

आवश्यक सामान:

- *2 काउंटर एक रंग के*
- *24 काउंटर किसी अन्य रंग के (इनके लिए आप बीज या बोतलों के ढक्कन भी उपयोग कर सकते हैं)*
- *चित्र में दिखाया हुआ बोर्ड*

नियम

- खिलाड़ी - 1 के पास एक ही रंग के दो काउंटर होंगे। ये तेंदुए हैं।
- खिलाड़ी - 2 के पास किसी अन्य रंग के 24 काउंटर होंगे। ये गायें हैं।
- खिलाड़ी - 1 बोर्ड की किसी भी बिन्दी पर, कहीं भी एक तेंदुए को रख सकता है।
- उसके बाद खिलाड़ी - 2 बोर्ड की किसी भी बिन्दी पर एक गाय को रख सकता है।
- खिलाड़ी - 1 फिर दूसरे तेंदुए को रखेगा और उसके बाद खिलाड़ी-2 दूसरी गाय को।
- गाय और तेंदुए हर चाल में, किसी भी रेखा और दिशा में केवल एक ही बिन्दी चल सकते हैं।



गाय और तेंदुए के खेल का बोर्ड

- खिलाड़ी - 1 तेंदुए को हरेक चाल में केवल एक बिन्दी ही चला सकता है। खिलाड़ी - 2 हरेक चाल में बोर्ड पर एक और गाय रखेगा। सभी 24 गायें रखने के बाद ही खिलाड़ी - 2 अपनी गायों को चला सकेगा। वह हर चाल में एक बिन्दी ही चला सकेगा।
- तेंदुआ किसी भी सीधी रेखा में गाय पर कूद सकता है और रिक्त स्थान पर जाकर गाय को मार सकता है। सामान्यतः बोर्ड पर सभी गायों के रखने से पहले ही तेंदुए गायों को मारना शुरू कर देते हैं। गायें, तेंदुओं को नहीं मार सकती हैं परंतु वे तेंदुओं की घेराबंदी करके उन्हें फंसा सकती हैं और उन्हें चलने से रोक सकती हैं।
- जीतने के लिए तेंदुओं को, सभी गायों को मारना होगा, या फिर गायों को तेंदुओं की घेराबंदी करके उनकी चाल पर पूरी तरह रोक लगानी होगी।

अध्याय 4

दूसरी भाषा में गणित शिक्षण

बहुत से छात्रों के लिए गणित सीखना चुनौती भरा काम होता है। अगर छात्र की भाषा में गणित नहीं पढ़ाई जाए तो उसके लिए इसे समझना और भी अधिक मुश्किल हो जाता है।

गणित को अच्छी तरह सीखने के लिए छात्रों को भाषा का बहुत उपयोग करना पड़ता है। उन्हें, पाठ प्रस्तुत करते और उसे समझाते समय शिक्षक को सुनना पड़ता है। उन्हें अपनी पाठ्यपुस्तकें और कॉपियां पढ़नी पड़ती हैं। गणित की अवधारणाओं को बेहतर तरीके से समझने के लिए उन्हें प्रश्न पूछने पड़ते हैं और अपने विचारों पर चर्चा करनी पड़ती है।

छात्र मातृभाषा में गणित सीखें, इसमें शिक्षक उनका सहयोग करें।
पाठ्यपुस्तकों और परीक्षा पत्रों में प्रयुक्त भाषा को भी वो छात्रों को समझाएं।

अक्सर यह कहा जाता है कि गणित के शिक्षक भाषा भी पढ़ाते हैं।
गणित के शिक्षकों को गणित की भाषा पढ़ाने के साथ-साथ, गणित के विचारों और कौशलों के बारे में भी सोचना चाहिए।

इस अध्याय की मदद से आप छात्रों की गणित सीखने की क्षमता बढ़ाने के लिए भाषा का उपयोग कर पाएंगे।
यहां हम निम्नलिखित बातों पर विचार करेंगे:

- छात्रों को गणित सम्बंधी बातचीत का मौका देकर उनकी गणित की समझ को बढ़ाना
- हिन्दी में सुनकर गणित को समझने में मदद करना
- पाठ्यपुस्तकों को समझने में छात्रों की सहायता करना
- छात्रों के लिए स्पष्ट वर्कशीट लिखना।

दूसरी भाषा में गणित शिक्षण को सहारा देना

गणित सीखने में हमेशा भाषा का बहुत अधिक प्रयोग होता है। जब छात्र किसी दूसरी भाषा में सीख रहे होते हैं, तब भाषा की भूमिका (मातृभाषा और दूसरी भाषा दोनों में) और अधिक महत्वपूर्ण हो जाती है।

ऐसी स्थिति में शिक्षक किस प्रकार सहायक हो सकते हैं? छात्र की मातृभाषा का गणित की कक्षा में क्या भूमिका होगी?

कक्षा में आप छात्रों की मातृभाषा का उपयोग करने के बारे में सोचें। कुछ देशों के स्कूलों में मातृभाषा के उपयोग पर पाबंदी होती है जबकि अन्य देशों में इसको प्रोत्साहित किया जाता है।

हमारे विचार से गणित की कक्षा का मुख्य उद्देश्य गणित सीखने में छात्रों की मदद करना होना चाहिए। छात्रों को जब गणित की अवधारणाएं अंग्रेजी या हिन्दी में समझ में नहीं आएं तब उनकी मातृभाषा इसमें, अवश्य सहायक होगी।

अगर स्कूल की नीति कक्षा में मातृभाषा के प्रयोग की अनुमति देती है तो इससे गणित (और अंग्रेजी या हिन्दी!) सीखने में छात्रों की सहायता की जा सकती है। नीचे दी कुछ गतिविधियां यह दिखाती हैं कि किस प्रकार मातृभाषा के उपयोग से छात्रों की गणित सीखने में मदद की जा सकती है।

भाषा की क्षमता के अनुसार समूह

- समान भाषा बोलने वाले छात्र, एक साथ काम कर सकते हैं।
  गणित की मुश्किलों पर वे आपस में, अपनी मातृभाषा में चर्चा कर सकते हैं।
- जिस छात्र की हिन्दी बहुत अच्छी नहीं हो, वह अच्छी हिन्दी जानने वाले छात्र के साथ काम कर सकता है।
- जिन छात्रों की मातृभाषाएं अलग हों, वे आपस में जोड़ी बनाकर, समझ में आने वाले विषयों पर काम करें।
  इससे वे गणित की सुपरिचित अवधारणाओं पर हिन्दी में चर्चा कर सकेंगे।
- समस्याओं और गणित की अवधारणाओं को हिन्दी में पेश करें और उसके बाद छात्र जोड़ी बनाकर, अपनी मातृभाषा में गतिविधियां करें।
  पूरी कक्षा में चर्चा और प्रश्न जांचने का काम हिन्दी में किया जा सकता है।

गतिविधि: किसी नए विषय के मुख्य शब्द और वाक्य सीखना

द्विघाती समीकरणों के मुख्य शब्द:
पुनर्नियोजन
कोष्ठक
बदलें
समान घटक
समान पद एकत्र करें
गुणनखंड निकालें

- छात्रों के लिए मुख्य शब्दों और वाक्यों की एक सूची बनाएं।
  इसमें वे सभी महत्वपूर्ण शब्द शामिल करें जिन्हें आप किसी नए विषय से परिचय और उसे समझाते समय इस्तेमाल करेंगे - जैसे द्विघाती समीकरणों के गुणनखण्ड निकालना और उन्हें हल करना।
  कक्षा में समझाना शुरू करने से पहले, छात्रों को शब्दों की सूची अवश्य दें। जब छात्र किसी नए शब्द अथवा वाक्य को सुनें तो वे अपनी सूची पर निशान लगाएं।
- नए विषय और तरीके को समझने के बाद, अपनी हिन्दी बेहतर करने के लिए छात्र, निम्न गतिविधियां कर सकते हैं:
  - अगर सूची में दिए मुख्य शब्द क्रम में न हों तो पहले उन्हें उस क्रम में लगाएं जिसमें, आप उनका इस्तेमाल करेंगे। उदाहरण के लिए द्विघाती समीकरणों के गुणनखण्ड निकालना और उन्हें हल करना।
  - हिन्दी में परिभाषाएं लिखें और मुख्य शब्दों एवं वाक्यों के उदाहरण दें।
  - जिन मुख्य शब्दों में आपको लगातार दिक्कत महसूस हो, उनकी परिभाषा और व्याख्या को अपनी मातृभाषा में लिखें।

बोलना और सुनना

छात्रों को अगर गणित के बारे में खूब बातें करने का मौका मिलेगा तो इससे उनकी गणित की समझ विकसित होगी और बेहतर बनेगी।
उदाहरण के लिए अवधारणाओं पर चर्चा, समस्याओं का मौखिक हल, गणित की प्रक्रियाओं का वर्णन और एक-दूसरे को अपनी बात समझाना, आदि।

शिक्षक और अन्य छात्रों के साथ चर्चा करने से गणित की समझ बेहतर होगी। इससे छात्र निम्न बातें सीखेंगे:

- अपने विचारों को अभिव्यक्त करना
- अन्य छात्रों को गणित समझाना
- दूसरे लोगों के विचारों का मतलब समझना
- अन्य लोगों के विचारों को चुनौती देना
- खुद की सोच को स्पष्ट करना
- वाद-विवाद के द्वारा अपने विचार अन्य लोगों को समझाना
- खुद की समझ को बेहतर बनाना
- आत्मविश्वास निर्माण करना।

बहुत से छात्र अपना अधिकांश समय शिक्षक की बातें सुनने में ही बिताते हैं। शिक्षक पूरी कक्षा को पाठ चाहे कितनी भी कुशलता से समझाए फिर भी कुछ ऐसे छात्र होंगे, जिन्हें बात समझ में नहीं आएगी। अधिकतर छात्र, शर्म के मारे सहायता नहीं मांगेंगे। इसलिए शिक्षक को इस बात का पता भी नहीं चलेगा कि उसके छात्रों को मदद चाहिए। कई बार छात्रों को पढ़ाई हुई बात समझ में तो आ जाती है। फिर भी वे प्रश्नों का जवाब नहीं दे पाते हैं और न ही अपनी समझ को व्यक्त कर पाते हैं।

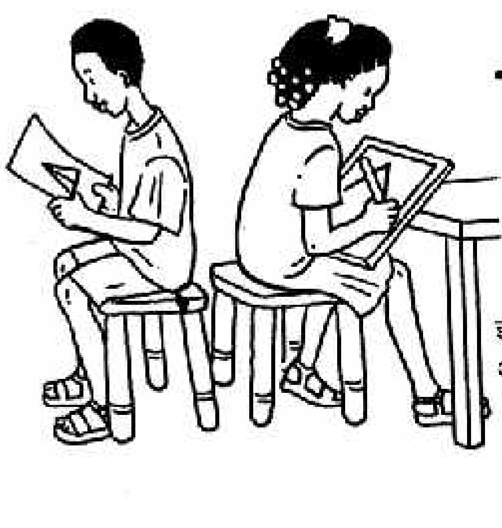
कितनी बार शिक्षक ऐसा कहते हैं:

जब गणित की कक्षा में छात्रों को बोलने और चर्चा करने का मौका मिलता है तो इससे, उनकी समझ बढ़ती है। इससे शिक्षक को भी मदद मिलती है। छात्रों की बातें सुनकर शिक्षक जान पाते हैं कि उन्हें कितना समझ में आया है और उनको कहां पर मदद चाहिए।

छात्रों को गणित के बारे में बातचीत करने के लिए प्रोत्साहित करना

गतिविधि: पीठ - से - पीठ मिलाकर

- दो छात्र पीठ मिलाकर बैठें। पहले छात्र के पास कोई चित्र या मॉडल हो, जिसके बारे में वो दूसरे छात्र को बताए। दूसरा छात्र वस्तु को बिना देखे ही, उसका चित्र या मॉडल बनाए। दूसरा छात्र प्रश्न नहीं पूछ सकता है। जिस छात्र के पास मूल चित्र है वह एकदम स्पष्ट और सही निर्देश दे जिससे कि दूसरा छात्र, उस चित्र या मॉडल की सही नकल उतार सके।
- दोनों की पीठ आमने-सामने हो। हरेक छात्र के पास 4-5 माचिस हों। एक छात्र अपनी माचिसों को सजाकर कोई आकृति बनाए। दूसरा छात्र सिर्फ प्रश्न पूछकर वही पैटर्न बनाए। उदाहरण के लिए:
  - क्या कुछ माचिसें अपनी मसाले वाली सतह पर खड़ी हैं?
  - क्या कुछ माचिसों को एक-दूसरे के ऊपर रखा गया है?
  - क्या माचिसों से कोई नियमित आकार जैसे - आयत बना है? एक गोला?



इस गतिविधि का उद्देश्य है कि छात्र कम-से-कम प्रश्न पूछकर आकृति को बना सकें।

इसमें प्रश्नों का जवाब केवल 'हां' या 'ना' में ही दिया जा सकता है।

- समूह का एक सदस्य उठकर, दूसरे छात्र द्वारा बनाई गई आकृति को देखकर आए। जब वह समूह में वापस आए तो अन्य लोग उससे 'हां' या 'ना' वाले प्रश्न तब तक पूछें जब तक वे सही आकृति नहीं बना लें।

गतिविधि: शिक्षक द्वारा सुझाए प्रश्नों की जोड़ियों में चर्चा

पाठ की शुरुआत या उसका अंत इस जल्दी खत्म होने वाली गतिविधि से करें। इससे छात्र सोचने और बोलने को प्रेरित होंगे। छात्रों को एक प्रश्न या वक्तव्य दें, जिस पर वे अपने साथी के साथ 2-3 मिनट की चर्चा करें।
उदाहरण के लिए:

- वृत्त क्या होता है?
- उत्तर 10 है। परंतु प्रश्न क्या है?
- इस कमरे में आपको कहां-कहां चतुर्भुज दिख रहे हैं?

कक्षा में जो पाठ चल रहा हो उसी से सम्बंधित प्रश्न दें।

गतिविधि: त्रिकोणमिति के बयानों के बारे में सहमति या असहमति

तीन के समूह में काम करें। बारी-बारी से त्रिकोणमिति के बारे में बयान पढ़ें। हरेक बयान के बारे में चर्चा कर तय करें कि आप उससे, सहमत हैं या नहीं। अपनी सहमति या असहमति का कारण दें। जो भी बयान गलत हों उन्हें ठीक करें।

त्रिकोणमिति के बारे में चर्चा करने के लिए बयानों के कुछ नमूने:

	सही	*गलत*
1. समकोण त्रिभुज में सबसे लम्बी भुजा कर्ण होती है।		
2. स्पर्शज्या $= \frac{\text{सम्मुख}}{\text{कर्ण}}$		
3. किसी कोण की ज्या हमेशा शून्य से अधिक होती है।		
4. कोण के पास वाली भुजा संलग्न भुजा होती है।		
5. कोज्या $= \frac{\text{संलग्न}}{\text{कर्ण}}$		
6. ज्या, कोज्या और स्पर्शज्या से हम किसी भी त्रिभुज की भुजाओं और कोणों को ज्ञात कर सकते हैं।		
7. स्पर्शज्या किसी रेखा के ढाल का माप होती है।		
8. "SOHCAHTOA" एक जापानी फुटबाल खिलाड़ी का नाम था।		

गतिविधि: समझाना

- दो की जोड़ियों में काम करें और एक-दूसरे को निम्न बातें समझाएं:
  - एक छात्र कहता है कि $2(a + b)$ और $2a + b$ बराबर हैं। उसे उसकी, गलती समझाएं।
  - एक समकोण त्रिभुज की रचना समझाएं।
  - इस समीकरण को कैसे हल करेंगे $2x + 7 = x + 11$
- अपने गृहकार्य को, दो की जोड़ियों में जांचें। अगर आपके साथी ने कोई प्रश्न गलत किया हो और आपको उसका सही हल मालूम हो तो उसे सही जवाब समझाएं।

गतिविधि : समस्याओं पर चर्चा

कुछ ऐसी बातें चुनें जो छात्रों को अक्सर समझ में नहीं आती हों। उनको कागज़ की अलग-अलग पर्चियों पर लिखें। फिर दो या तीन छात्रों के एक छोटे समूह को चर्चा करने के लिए एक पर्ची दें। इसे नीचे के उदाहरण में समझाया गया है।

नीचे लिखा प्रत्येक वाक्य हमेशा सच है, कभी-कभी सच है, या कभी सच नहीं है। इस मुद्दे पर आपस में सहमति बनाएं। अपने उत्तरों को समझाएं और उदाहरण दें। समूह के अन्य सदस्यों को तर्क द्वारा समझाएं कि आप जो कह रहे हैं, वह सही है।

- गुणा करने से संख्या, हमेशा बड़ी होती है।
- $a - b = b - a$
- किसी संख्या का वर्ग, उस संख्या को बड़ा बना देगा।
- संख्याओं के, पांच से अधिक गुणनखंड नहीं हो सकते हैं।
- 10 से गुणा करने के लिए उस संख्या के आगे 0 लगा लें।
- 1/2 से गुणा करना, 2 से भाग देने जैसा है।

गणित के अलग-अलग पाठों के बारे में हम इस प्रकार के बयान लिख सकते हैं जैसे - आकार, संभाविता, त्रिकोणमिति, प्रतिशत आदि।

गतिविधि : जानकारी बांटना

- कुछ कार्ड लें और हरेक पर गणित के एक या दो बयान लिखें जिससे सभी कार्ड इकट्ठा होने पर, समस्या का पूरा वर्णन कर सकें। कक्षा को अब छोटे समूहों में बांट दें। हरेक समूह में जितने बच्चे हों, उतने ही कार्ड भी हों।
- हरेक समूह में कार्ड बांटें (ध्यान रखें कि प्रत्येक बच्चे को एक कार्ड मिले)।
- हरेक समूह को यह निर्देश दें:
  एक ऐसी ज्यामिति की आकृति बनाएं जो कार्डों पर लिखे गुणधर्मों से मेल खाए।
- हरेक कार्ड पर केवल एक बयान हो। कार्डों पर नीचे दिए बयान लिखें:
  - विपरीत कोणों की दोनों जोड़ियां एक-समान हों
  - दोनों विपरीत भुजाओं की जोड़ियां एक-समान हों
  - विकर्ण एक-दूसरे को, समकोण पर नहीं काटें
  - सभी कोण, एक नाप के न हों
  - विकर्ण समान लम्बाई के न हों
  - आमने-सामने की, भुजाओं की दोनों जोड़ियां समांतर हों
  - विकर्ण एक-दूसरे को, द्विभाजित करें
  - सममिति की, कोई भी रेखा नहीं हो

अपना-अपना कार्ड पढ़ें परंतु उसे समूह के अन्य लोगों को नहीं दिखाएं। सब लोग मिलकर समस्या का समाधान खोजें।

ज़ोगियन खाना

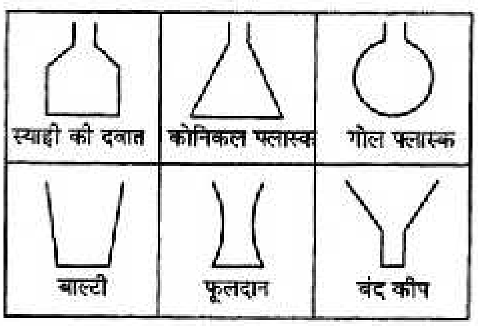
- पृष्ठ 76 पर दिए बयानों को 25 कार्डों पर लिखें।
  फिर 5 छात्रों का समूह इसका हल खोजे।

आपको ज़ोगियन समुदाय को भोजन कराने के बारे में कुछ जानकारी दी जाएगी। पहले इन 25 कार्डों को अपने समूह में बांट दें। आप अपने कार्डों पर लिखी जानकारी को समूह के अन्य लोगों को बता सकते हैं। परंतु, उन्हें अपने कार्ड नहीं दिखा सकते। फिर पूरा समूह मिलकर नीचे दी जानकारी के आधार पर समस्या का हल खोजे:

ज़ोगियन समुदाय को एक हफ्ते तक खाना खिलाने के लिए कितने खेतों की ज़रूरत होगी?

कार्डों पर लिखे हुए बयान:

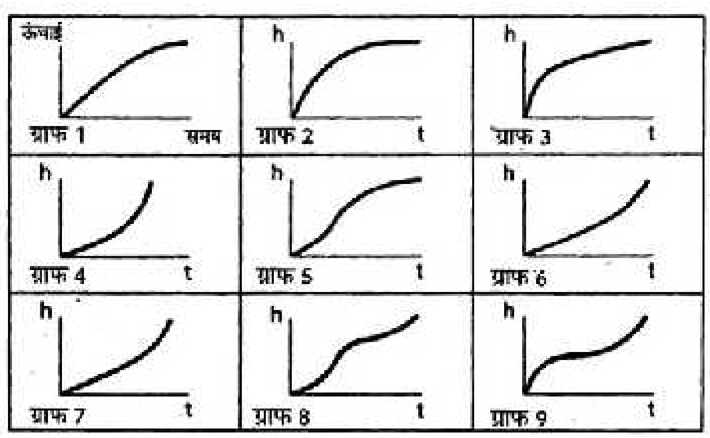
- 2 बर्ग बीज से 12 बर्ग अनाज पैदा होता है।
- 6 बर्ग अनाज से 30 डबलरोटियां बनती हैं।
- जोगियन समुदाय में 1700 महिलाएं हैं।
- जोगियन समुदाय में 500 पादरी हैं।
- जोगियन समुदाय में 600 लड़कियां हैं।
- जोगियन समुदाय में 1500 मर्द हैं।
- जोगियन समुदाय में 500 लड़के हैं।
- बच्चे रोजाना आधी डबलरोटी खाते हैं।
- पादरी रोजाना डेढ़ डबलरोटी खाते हैं।
- महिलाएं रोजाना एक डबलरोटी खाती हैं।
- मर्द रोजाना तीन-चौथाई डबलरोटी खाते हैं।
- जोगियन सप्ताह में 12 दिन होते हैं।
- मर्द खेतों पर काम करते हैं।
- पादरी बीज बोने का काम देखते हैं।
- मुलीडे वाले दिन फसल की कटाई होती है।
- जोगियन खेत 7 आक्सटेड चौड़े होते हैं।
- जोगियन खेत 13 आक्सटेड लम्बे होते हैं।
- अंक 7 का जोगियन समाज में धार्मिक महत्व होता है।
- एक जोगियन खेत में 33 बर्ग बीज बोए जा सकते हैं।
- एक खाद का बोरा 91 वर्ग आक्सटेड क्षेत्रफल पर बिखराया जा सकता है।
- एक बर्ग में 14 केल्स होते हैं।
- एक महिला को एक खेत की बुआई में ढाई दिन लगते हैं।
- बीज बुआई से कटाई तक 3 जोगियन अम्बर का समय लगता है।
- खेतों में खाद डालने का काम लड़कियां करती हैं।
- 2 लड़कियों को 7 खेतों में खाद डालने में 3 दिन लगते हैं।



गतिविधि: ग्राफ का अर्थ निकालना

बाएं हाथ पर बने सभी बर्तनों में नल से पानी भरा जाता है। नल में से पानी एक निश्चित गति से बहता है।

नीचे के नौ ग्राफ, बर्तनों में पानी भरने की गति को दर्शाती हैं। हरेक ग्राफ में पानी की ऊंचाई को खड़ी अक्ष पर और उसको भरने के लिए लगे समय को आड़ी अक्ष पर दिखाया गया है।



- पिछले पन्ने पर बने बर्तनों और ग्राफ पर निगाह डालें।
  कौन-सा ग्राफ किस बर्तन का है यह पता लगाएं और हरेक बर्तन को उसके ग्राफ के साथ मिलाएं।
  बचे ग्राफ के लिए उपयुक्त बर्तनों के चित्र बनाएं।
  एक और बर्तन का चित्र बनाएं। किसी छात्र से इस बर्तन में पानी भरने की गति का, ग्राफ बनाने को कहें।
- इस गतिविधि के विस्तार के लिए हरेक बर्तन और उसके ग्राफ के बीच, मेल के कारणों को अलग-अलग कार्डों पर लिखें।
  इससे छात्र, ग्राफ पर चर्चा करने वाली भाषा सीखेंगे।
- छात्र खुद अपनी-अपनी बोतलें जुगाड़ें और उनके अनुसार ग्राफ बनाएं।
  फिर बोतलों और ग्राफ को आपस में मिला दें।
  अंत में छात्र, हरेक बोतल को उसकी सही ग्राफ के साथ मिलाएं।

गतिविधि: लघु पाठ

परीक्षाओं के अभ्यास के लिए यह बहुत अच्छा तरीका है।
प्रत्येक छात्र, पाठ्यक्रम से एक ऐसा पाठ चुने जो उसे अच्छी तरह आता हो।
यह सुनिश्चित करें कि हरेक छात्र अलग-अलग पाठ चुनें।

अपने चुने हुए पाठ पर हरेक छात्र उदाहरणों सहित एक लघु-पाठ तैयार करे।

जिन छात्रों को इस पाठ में मुश्किल आई हो, उनके सामने ये छात्र, बारी-बारी से अपने लघु-पाठ पेश करें।

पाठ्यपुस्तकों को समझना

छात्र पाठ्यपुस्तक का उपयोग करें और उसे समझें।
गणित और भाषा दोनों को समझने में शिक्षक छात्रों की मदद करे।

गणित की पाठ्यपुस्तकों में सामान्यतः तीन प्रकार की शब्दावली पाई जाती है:
- तकनीकी और विषय से संबंधित, जैसे कोज्या, परवलय, प्राकृत अंक, वर्गमूल।
- सेमी-तकनीकी जैसे उन्नयन (Elevation), अवनमन (Depression), रचना, गणना।
- आम शब्द जिनका गणित से कोई विशेष सम्बंध न हो जैसे रेलवे समय सारिणी, मुद्रा, ब्याज, कर्ज आदि ।
- नीचे की गतिविधियां, गणित में उपयोग की जाने वाली भिन्न शब्दावलियों से, छात्रों को अवगत कराएंगी।

गतिविधि: गणित के शब्दों का एक शब्दकोश बनाएं

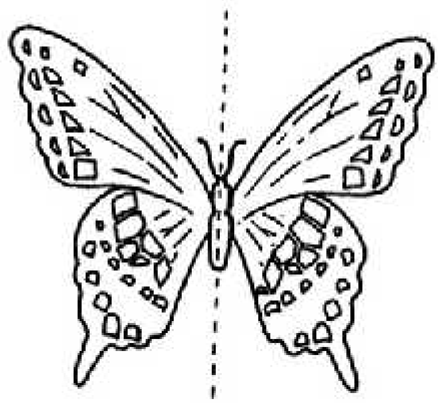
इस शब्दकोश को या तो अलग-अलग कार्डों पर अथवा कॉपी में बनाएं। हरेक शब्द के लिए एक अलग कार्ड प्रयोग करें और कार्डों को वर्णमाला के क्रम में लगाएं। अगर आप कापी का प्रयोग कर रहे हों तो हरेक अक्षर के लिए एक पृष्ठ इस्तेमाल करें।

- पाठ्यपुस्तक पढ़ते समय या शिक्षक द्वारा दी जा रही व्याख्या सुनते समय उन शब्दों को इकट्ठा करें जिनका मतलब एक-समान हो।
  हिन्दी (अंग्रेजी) और अपनी मातृभाषा में भी शब्द इकट्ठा करें।
  समान अर्थ वाले हिन्दी (अंग्रेजी) के शब्दों को, एक कार्ड या कॉपी के पन्ने पर लिखें।
  फिर उल्टे पन्ने पर अपनी मातृभाषा में, उन्हीं शब्दों का अर्थ लिखें।

योग	हल
जोड़	करके देखें
साथ मिलाएं	उत्तर निकालें
संकलन	मूल्यांकन करें
धन	खोजें
+	गणना करें
	वर्णन करें

- यदि आपके सामने गणित का कोई ऐसा शब्द आए जिसे आप नहीं समझते हों तो सबसे पहले उसे कक्षा के शब्दकोश में देखें। अगर उसमें न मिले तो उसे शब्दकोश में जोड़ें और उसे समझाने के लिए कोई उदाहरण या चित्र भी बनाएं।

शब्दकोश की वही प्रविष्टियां श्रेष्ठ होंगी जो एक सरल वाक्य में लिखी हों और जिनके साथ कोई चित्र या उदाहरण शामिल हो, जैसा कि नीचे दी दूसरी परिभाषा में किया गया है। पहली परिभाषा काफी लम्बी और जटिल है। इस प्रकार न लिखें।



> सममिति (सिमेट्री)
> (सुंदरता जो) अंगों की अनुरूपता के कारण (नाप में, डिजाइन आदि में) भिन्न हिस्सों में पाई जाती है।
> 'उसके माथे पर बाईं ओर के फोड़े ने, उसके चेहरे की सममिति को खराब कर दिया।'

> सममिति
> जो चित्र संतुलित होगा उसमें सममिति होगी। अगर किसी चित्र को आधे से काटने पर, दोनों भाग एक समान हों तो, उन हिस्सों में सममिति होगी।

- शब्दकोश को कक्षा में एक खास जगह पर रखें। जब कभी आपको कोई नया शब्द मिले या कोई ऐसा शब्द मिले जिसका मतलब शब्दकोश में किसी शब्द के समान हो तो उसे शब्दकोश में अवश्य जोड़ें।

गतिविधि: गणित के ऐसे शब्द खोजें जिनका गैर-गणितीय मतलब हो

गणित के कुछ शब्द ऐसे हैं जिनका रोजमर्रा की भाषा में मतलब बिल्कुल अलग होता है जैसे मूल, विषम आदि।

ऐसे शब्दों की सूची बनाएं। उनकी सरल व्याख्या लिखें या एक उदाहरण द्वारा उनका अर्थ समझाएं।

पाठ्यपुस्तक पढ़ते समय अगर आपको कोई सुपरिचित शब्द मुश्किल लगे तो यह मालूम करें कि क्या उस शब्द का, कोई विशेष गणितीय अर्थ है।

ऐसे सामान्य शब्द जिनका गणित में एक विशेष अर्थ है

मूल – जैसे $\sqrt{4}$; इसका वर्गमूल ज्ञात करें।

विषम– जैसे कि विषम अंकों में 1, 3, 5, ...

गतिविधि: शब्द समस्याओं की शब्दावली को समझना

शब्दों में दिए गए प्रश्न हमें रोज़मर्रा की समस्याओं का गणितीय हल खोजने को कहते हैं। इन प्रश्नों में उपयोग किए गए अधिकतर शब्दों का गणित से कोई खास लेना-देना नहीं होता है।

पूरी कक्षा को 3-4 छात्रों के, समूहों में बांटें। हरेक समूह, पाठ्यपुस्तक की 3-4 शब्द समस्याओं पर ध्यान दे। इस प्रकार पूरी कक्षा मिलकर 50 से ज़्यादा शब्द समस्याओं का विश्लेषण कर पाएगी।

- आपके पास जो शब्द समस्याएं हों उनमें से उन शब्दों की एक सूची बनाएं, जिनका अर्थ आप नहीं समझते हों।
- इस सूची की नकल करें। नकल वाली कॉपी अपने पास रखें।
- अब अपने समूह की सूची को किसी अन्य समूह की सूची के साथ बदलें। अपनी सूची की तुलना दूसरे समूह की सूची के साथ करें। अगर आपकी सूची में कोई ऐसा शब्द हो, जिसे दूसरे समूह ने भी पहचाना हो, तो उस पर निशान लगाएं।
- इस प्रकार सभी सूचियों को सभी समूहों में घुमाएं। हरेक समूह अपनी सूची की अन्य समूहों की सूचियों के साथ, तुलना करे। जब कभी आपको किसी अन्य सूची में कोई ऐसा शब्द दिखे जो आपकी सूची में भी हो, तो उस पर निशान लगाएं।
- जो शब्द, सबसे ज़्यादा बार पहचाने गए हों, उनमें से 5-10 शब्दों को चुनें। ये वे शब्द होंगे जो प्रश्नों में बार-बार आते हैं और बहुत से छात्र जिनका मतलब नहीं समझ पाए हैं।
- इन शब्दों का अर्थ मालूम कर कक्षा के शब्दकोश में लिखें।

शिक्षक भी पुराने परीक्षा-पत्रों को देखें और जो शब्द, बहुत से छात्रों को समझ में नहीं आएं हों, उनकी सूची बनाएं। वे यह भी पक्का करें कि, परीक्षा से पहले, छात्र उन शब्दों का अर्थ समझ जाएं।

अगला खंड केवल शिक्षकों के लिए है। इसमें सुझाई गतिविधियों को शिक्षक, शिक्षक प्रशिक्षण के दौरान या स्कूल के अन्य शिक्षकों के साथ मिलकर करें। इसके लिए हम गणित की कुछ अलग-अलग पुस्तकों पर नज़र डालेंगे जिससे हम समझ सकें कि:

- गणित की अलग-अलग पाठ्यपुस्तकें भाषा का किस प्रकार उपयोग करती हैं।
- पाठ्यपुस्तकें पढ़ते समय छात्रों को किस प्रकार की मुश्किलों का सामना करना पड़ सकता है।

उसके बाद हम स्पष्ट वर्कशीट लिखने की विधि पर चर्चा करेंगे जिससे कि उन्हें एकदम आसानी से समझा जा सके।

शिक्षकों के लिए गतिविधि: किसी विदेशी भाषा में पाठ्यपुस्तकें पढ़ना (1)

इस गतिविधि में आप किसी अनजान, या विदेशी भाषा में लिखी पाठ्यपुस्तक का कोई अंश पढ़ें। इससे आप समझ सकेंगे कि जिन बच्चों की मातृभाषा हिन्दी (अंग्रेजी) नहीं है, उन पर अंग्रेजी में किताबें पढ़ते वक्त क्या गुजरती होगी।

- नीचे दिए प्रश्न का उत्तर दें:

  1004 Utfor overslagrakning ocn svara med heital.

  a) 3,56 . 7,2 b) 10,6 . 3,3 c) 5.9 . 9,7
- इस प्रश्न में आपसे, क्या करने को कहा गया है?
- आप इसे किस आधार पर तय करेंगे?

- ऊपर के प्रश्नों को हल करते समय छात्रों को किन मुश्किलों का सामना करना पड़ेगा?
- प्रश्नों में जो बिन्दियां और अल्पविराम हैं उनका क्या मतलब है? 1004 का क्या मतलब है?
- प्रश्न स्वीडिश भाषा में लिखे हैं। प्रश्नों की उलझन कम हो और वे ठीक से समझ में आएं इसके लिए आप उन्हें दुबारा कैसे लिखेंगे?
- प्रश्न के साथ-साथ नीचे बने कार्टून को भी देखें:

utfor overslagrakning ocn svara med heltal.
a) 3,56 . 7,2 b) 10,6 . 3,3 c) 5,9 . 9,7

- आपसे किस प्रकार की गणित करने को कहा गया है। आप कैसे पता करेंगे?
- क्या कार्टून से, गतिविधि को समझने में, कुछ मदद मिली? अगर हां, तो कैसे?
- प्रश्नों को हल करने के लिए क्या समझना जरूरी है?

समस्या को दूसरी बार, कुछ चित्रों और शब्दों के जरिए पेश किया गया है। अब समस्या के समझने में आसानी होगी। अब शायद आप, प्रश्न 1004 का उत्तर, स्वीडिश में दे पाएं। कार्टून में दिए एक ही पैटर्न को बार-बार इस्तेमाल करके शायद आपको, प्रश्न समझने और उसका उत्तर देने में सहायता मिले। आप वाक्य के मॉडल नमूनों को उतार कर प्रश्न का उत्तर स्वीडिश में भी दे सकते हैं।

एक बात याद रखें। कभी-कभी छात्र, प्रश्न ठीक से समझ नहीं पाते हैं और उसका गलत उत्तर देते हैं। शायद वे गणित समझने के बावजूद किताब में लिखे प्रश्न को न समझ पा रहे हों। या हो सकता है कि पाठ्यपुस्तक ही, बहुत खराब तरीके से लिखी गई हो!

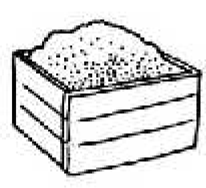
शिक्षकों के लिए गतिविधियां:
पाठ्यपुस्तकों को विदेशी भाषा में पढ़ना (2)

नीचे दिए सवालों के जवाब देने की कोशिश करें।

- आप कौन से सवालों को खुद कर सकते हैं? किन सवालों में आपको मदद चाहिए?
- ऐसे कौन से प्रश्न हैं जिन्हें शुरू करना ही असम्भव है? क्यों?
- क्या चित्रों से आपको कुछ सहायता मिली? क्यों? क्यों नहीं?

Arter

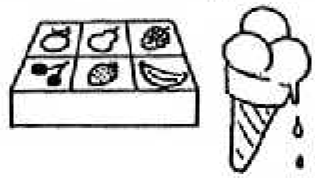
Far en miljon gula artor plats 1 klassrummet?



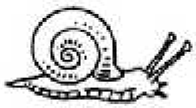
Hur stor lada behover du till en miljon artor?

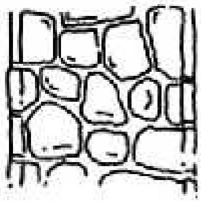
Struten

Sex olika smaker av glass finns 1 kiosken.



Pa hur manga olika satt kan du valja din glass-strut med tre kuler?





Snigeln

En snigel kryper upp pa insidan av en brunn.

Varje dag kryper den upp 3 meter.

Pa natten glider den ner 2 meter.

Hur manga dagar tar det innan den nar brunnens kant?

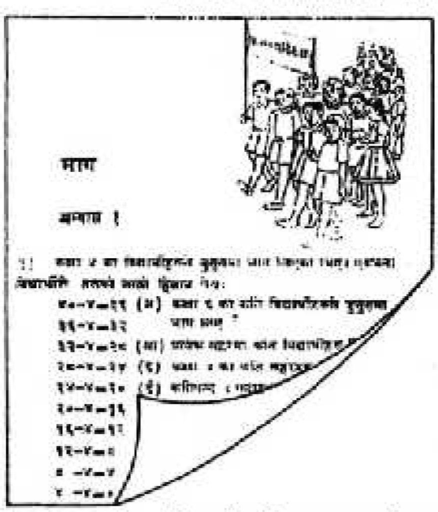
ऊपर का अंश साफ-साफ दिखाता है कि:

- यह जरूरी नहीं है कि चित्रों से फायदा ही हो। चित्र केवल सुंदर न हों, वे समस्या का वर्णन भी करें।
- शब्दों की मात्रा भी उतनी महत्वपूर्ण नहीं है जितना कि शब्दों का पैटर्न। क्योंकि पैटर्न से हमें अर्थ समझने में मदद मिलती है।
- अगर प्रश्न से पहले जानकारी के एक-दो वाक्य हों तो उनसे भी मदद मिलती है। प्रश्न के बाद दी हुई जानकारी उतनी उपयोगी नहीं होती है।
- अगर अंक , शब्दों की बजाए प्रतीकों में लिखे हों, तो उन्हें पढ़ना ज़्यादा आसान होता है, जैसे चार की जगह, 4 लिखना बेहतर होगा।

शिक्षकों के लिए गतिविधि:
पाठ्यपुस्तकों को विदेशी भाषा में पढ़ना (3)

नेपाल की एक पाठ्यपुस्तक का अंश नीचे दिखाया गया है।

दाएं हाथ पर दिए प्रश्नों का उत्तर दें।



- आपकी राय में पाठ किस चीज़ के बारे में है? आपको यह कैसे पता चला?
- इसमें दी संख्याओं की तालिका का अनुवाद करें? आपने यह कैसे किया?
- किसी अन्य अंक, जैसे 2 के लिए ऐसी ही तालिका बनाएं।

नेपाली पुस्तक के इस अंश से कई बातें साफ होती हैं:

- अंकों का हिसाब लगाने में हम अक्सर 10 के आधार वाली प्रणाली ही उपयोग करते हैं।
- हम तालिका में, अंकों के नमूनों, के आधार पर, उनका अनुवाद कर सकते हैं।
- चित्र में हरेक लाइन में चार बच्चे चल रहे हैं। यह तालिका को समझने के लिए एक महत्वपूर्ण संकेत है। चित्र को कैसे और उपयोगी बनाया जा सकता था?

शिक्षकों के लिए गतिविधि: पाठ्यपुस्तक का अध्ययन

जिस पाठ्यपुस्तक का आप बच्चों के साथ उपयोग करें उसका पहले खुद अध्ययन करें।

- उसमें प्रश्नों की संख्या किस प्रकार है?
- उसमें अभ्यासों की संख्या किस प्रकार है?
- उसके चित्र समझने में मदद देते हैं या वे सिर्फ मनोरंजन के लिए हैं?
- छात्रों को पाठ्यपुस्तक में किस प्रकार की मुश्किलें आती हैं? आप उनकी सहायता किस प्रकार कर सकते हैं?

पाठ्यपुस्तक की शब्दावली का अध्ययन करें:

- ऐसे कौन से शब्द हैं जो छात्रों के लिए दिक्कत पैदा कर सकते हैं?
- ऐसे कौन से शब्द हैं, जिन्हें लेकर आप छात्रों की सहायता कर सकते हैं:
  - तकनीकी शब्द जैसे कोज्या, परवलय आदि।
  - सामान्य शब्द जिनका गणित से कोई सीधा सरोकार न हो जैसे सीमा-शुल्क, किराएदारी (हायर-परचेज़) आदि।
- इन अलग-अलग शब्दों को समझने में छात्रों की मदद करें।

शिक्षकों के लिए गतिविधि:
छात्र किस प्रकार चार्ट, चित्र और तालिकाएं पढ़ते हैं?

छात्रों को चार्ट, चित्र और तालिकाएं पढ़ने में मुश्किल आ सकती है। उन्हें आड़े और नीचे की ओर पढ़ना, काफी मुश्किल और भ्रामक लग सकता है। संकेतों और संक्षिप्त चिन्हों की नासमझी भी, उन्हें मुश्किल में डाल सकती है।

अपनी पाठ्यपुस्तक के चार्टों और तालिकाओं को देखें।
एक अच्छी और एक खराब, तालिका या चार्ट को चुनें।

- कौन-सी बातें चार्ट या तालिका को अच्छा बनाती हैं, इस पर चर्चा करें।
- हरेक चार्ट या तालिका क्या दिखाती है, इस पर चर्चा करें।
  आप चार्ट या तालिका को पढ़ने में, छात्रों की कैसे मदद करेंगे?

ज्यामिति के तीन कठिन चित्र चुनें:

- इन चित्रों को समझने में, आप छात्रों की कैसे मदद करेंगे?

शिक्षकों के लिए गतिविधियां: स्पष्ट वर्कशीट लिखना

नीचे एक ही प्रश्न के दो, अलग-अलग विवरण दिए हैं। इनकी तुलना करें। इनमें अधिक-से-अधिक अंतर खोजें। गणित के प्रश्नों को लिखने का 'सही' तरीका क्या है और क्या 'गलत', इसकी एक सूची बनाएं।

दो लड़कियों को जेब खर्च के लिए कुल तीन रुपए मिलते हैं। छोटी लड़की को बड़ी वाली की तुलना में कम पैसे मिलते हैं। अगर दोनों लड़कियों के जेब खर्च को 2:3 के अनुपात में बांटा जाए तो छोटी लड़की को कुल राशि का, कितने प्रतिशत जेब खर्च मिलेगा? छोटी लड़की को कितने पैसे मिलेंगे? बड़ी लड़की को कितने मिलेंगे?

दो लड़कियों को आपस में 3 रुपए मिलते हैं। शाज़िर को सूफ़िया से कम पैसे मिलते हैं। उनके बीच, इस रकम को 2:3 के अनुपात में बांटना है।

1. शाज़िर को कुल राशि के कितने प्रतिशत पैसे मिलेंगे?
2. शाज़िर को कितने पैसे मिलेंगे?
3. सूफ़िया को कितने पैसे मिलेंगे?

वर्कशीट लिखने के लिए निर्देश

प्रस्तुतीकरण

यह सुनिश्चित करें कि जो कुछ भी आप लिखें वह एकदम स्पष्ट, पढ़ने में आसान हो और बीच में सही दूरियां छोड़ कर लिखा गया हो।

विचारों, अवधारणाओं को पक्का करने और पढ़ाई को आसान बनाने के लिए चित्रों का उपयोग करें। चित्र स्पष्ट हों और पाठ के साथ उनका सम्बंध हो। चित्र को पाठ के उपयुक्त अंश के पास लगाएं।

वाक्य

- छोटे-छोटे वाक्यों का उपयोग करें। लम्बे वाक्यों को समझने में कठिनाई होती है। आप प्रत्येक वाक्य में केवल एक जानकारी या एक विचार पेश करने की कोशिश करें।
- जानकारी को प्रश्नों से अलग करें। पहले एक स्पष्ट वाक्य लिखें और उसके बाद एक स्पष्ट प्रश्न लिखें।
- एक ही वाक्य में कई प्रश्न पूछने की कोशिश न करें। प्रश्नों को अलग-अलग करके लिखें।

व्याकरण

- निष्क्रिय (पैसिव) वाक्यों को समझना कठिन होता है इसलिए सक्रिय वाक्यों का इस्तेमाल करें। उदाहरण के लिए:
  'दशमलव को भिन्न में बदलना चाहिए' की तुलना में, 'दशमलव को भिन्न में बदलें' को समझना, ज़्यादा आसान होगा:

- 'अगर' वाले वाक्यों को छोटा ही रखें। लम्बे वाक्यों को दो या अधिक छोटे वाक्यों में तोड़ कर लिखें।
- जानकारी को सही क्रम में पेश करें। उदाहरण के लिए:
  'ट्रेन को 15 मिनट के स्टाप के बाद, स्टेशन तक पहुंचने में, 10 मिनट लगे।'
  इस वाक्य को इस प्रकार लिखना शायद ज़्यादा अच्छा होगा:
  'ट्रेन 15 मिनट के लिए रुकी। फिर उसे स्टेशन पहुंचने में 10 मिनट लगे।'
- विशेषणों से युक्त, जटिल वर्णन वाले वाक्यों से बचें। इस प्रकार के बहुत से फालतू शब्दों का प्रयोग निरर्थक होता है। उनसे बच्चे उलझन में पड़ सकते हैं।

शब्दावली

- जहां तक संभव हो, सरल शब्दों का उपयोग करें।
- जहां कहीं आपको चुनने का मौका मिले वहां हमेशा सरल शब्द ही चुनें। उदाहरण के लिए 'संकलन-व्यवकलन' की जगह 'जोड़-घटाना' इस्तेमाल करें।
- परीक्षा में जिन तकनीकी शब्दों से छात्रों का वास्ता पड़ेगा, उनका इस्तेमाल करें।
- तकनीकी शब्दों के उपयोग में हमेशा एक ही शब्द या प्रणाली का बार-बार उपयोग करें। उदाहरण के लिए एक वर्कशीट पर 'घटाना', 'व्यवकलन' या '-' में से किसी एक को ही, उपयोग में लाएं।

अध्याय 5 सीखने की योजना

इस अध्याय में हम, पिछले अध्यायों में उठाए गए मुद्दों – जैसे पढ़ाने के तरीकों, संसाधनों, संस्कृति और भाषा आदि को संकलित कर, एक सूत्र में पिरोने की कोशिश करेंगे। हम देखेंगे कि पढ़ाने की योजना बनाते समय इनको कैसे उपयोग में लाया जा सकता है।

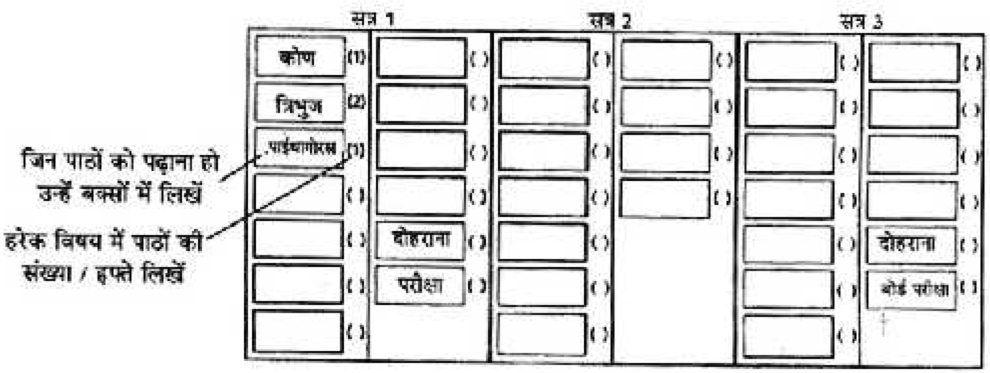
हम पढ़ाने की दो योजनाओं पर नजर डालेंगे:

- पूरे पाठ्यक्रम के लिए कोर्स योजना।
- विभिन्न विषयों के लिए कोर्स योजना।

कोर्स योजना क्या है?

कोर्स योजना से, पूरे साल में सिखाए जाने वाले सभी विषयों का पता लगता है। कोर्स योजना से हमें, निम्न बातों का पता चलेगा:

- पढ़ाए जाने वाले विषयों या पाठों के नाम।
- पाठों का क्रम।
- हरेक पाठ में लगने वाला संभावित समय।
- पाठ को दोहराने, टेस्ट और परीक्षाओं का समय।



कोर्स योजना को किस प्रकार लिखें

कुछ देशों में शिक्षा मंत्रालय कोर्स योजना बनाता है। अन्य देशों में ऐसा नहीं होता है। अगर शिक्षा मंत्रालय कोर्स योजना उपलब्ध कराए तो आप सीधे पृष्ठ 85 पर दी कोर्स योजना पर जा सकते हैं।

1. जिन पाठों को पढ़ाना है उन्हें पहचानें

मंत्रालय द्वारा उपलब्ध कराई पूरी जानकारी को इकट्ठा करें। इसमें निम्न चीजें शामिल हो सकती हैं: पाठ्यक्रम, पाठ्यपुस्तकें, पुराने परीक्षा-पत्र, गाइड-नोट्स एवं हिदायतें। इस पूरी सामग्री को पढ़ें और इसके बारे में अपने सहशिक्षकों से चर्चा करें। पाठ्यक्रम के उद्देश्य मालूम करें। आपसे क्या अपेक्षाएं हैं उसका सही अंदाज लगाएं। पाठ्यक्रम के दौरान पढ़ाए जाने वाले सभी पाठों की एक सूची बनाएं।

2. छात्रों के ज्ञान का मूल्यांकन

कोर्स शुरू करने के पूर्व, छात्रों ने अब तक क्या किया है, इसका पता करें:

- वे कौन से पाठ पहले कर चुके हैं?
- किन पाठों का उन्होंने केवल थोड़ा-सा भाग किया है?
- कौन-से पाठ उनके लिए एकदम नए हैं?

पाठों की सूची पर नोट्स बनाएं।

3. स्कूल के पूरे सत्र के लिए एक कैलेंडर बनाएं

कोर्स पूरा करने के लिए कितना समय उपलब्ध है, इसका पता करें:

- हरेक सप्ताह में गणित के कितने पीरियड होंगे और हरेक पीरियड कितनी देर का होगा?
- कोर्स खत्म करने के लिए कितने सप्ताह का समय मिलेगा?
- परीक्षाओं, छुट्टियों, खेल-कूद और पर्वों में कितने सप्ताह निकल जाएंगे?
- छुट्टियां कब होंगी?

कोर्स को पढ़ाने के लिए कितना समय उपलब्ध होगा, उसकी एक योजना बनाएं। उसमें सत्रों की संख्या दिखाएं। हरेक सत्र की योजना में, पढ़ाई के सप्ताहों के साथ-साथ छुट्टियां, परीक्षाएं, पर्व आदि भी दिखाएं।

4. पाठों को क्रमबद्ध तरीके से लगाएं

आप पाठों को किस क्रम में पढ़ाएंगे इसे तय करें:

- ऐसे कौन-से पाठ हैं जिन्हें शुरू में ही पढ़ाया जाए क्योंकि उनकी समझ, आगे के पाठों के लिए जरूरी होगी?
- क्या कुछ ऐसे पाठ हैं जो दूसरों की तुलना में ज़्यादा आसान हैं?
- क्या कुछ ऐसे पाठ हैं जिन्हें वर्ष के एक विशेष काल में ही पढ़ाना सही होगा?
- कुछ पाठ ऐसे हैं जिनका आपस में अंतर्सम्बंध है।
  क्या इन पाठों को एक-साथ पढ़ाना उचित होगा?
- क्या एक सत्र में भिन्न-भिन्न पाठ पढ़ाना उचित होगा?
- पाठ्यपुस्तक में पाठ किस क्रम में दिए हैं?
  क्या आप इसी क्रम के अनुसार पढ़ाने को बाध्य हैं?

आपको जो पाठ पढ़ाने हैं उनकी सूची को एक क्रम में लगाएं।

5. हर पाठ के लिए एक समय योजना बनाएं

यह तय करें कि आप हर पाठ पर कितना समय खर्च करेंगे। आपको पूरा पाठ्यक्रम खत्म करने के लिए पर्याप्त समय मिले, इसे सुनिश्चित करें:

- क्या आप सरल पाठों पर, कुछ कम समय लगा सकते हैं?
- पुराने परीक्षा-पत्रों का विश्लेषण करें। परीक्षा में किन पाठों में से सबसे अधिक प्रश्न आते हैं? ऐसे कौन से पाठ हैं जिनके प्रश्नों के नंबर सबसे अधिक होते हैं?
- आप हरेक पाठ पर कितना समय खर्च करेंगे, उसे लिखें।
- कोर्स योजना में सभी पाठों को शामिल करें।
  इस योजना पर अपने सहशिक्षकों के साथ चर्चा करें।

कार्य योजना क्या है?

कार्य योजना में, कोर्स योजना की अपेक्षा, कहीं अधिक विस्तृत विवरण होता है। कार्य योजना में हरेक पाठ को कैसे पढ़ाया जाएगा, यह दिखाया जाता है।

हरेक पाठ के लिए कार्य योजना में निम्न चीजें होंगी:

- पाठ का नाम और उस पर खर्च होने वाला समय।
- पाठ पढ़ाने के उद्देश्य क्या हैं? इन उद्देश्यों को, सरल से कठिन के क्रम में रखें।
- हरेक उद्देश्य को पूरा करने के लिए गतिविधियों का उल्लेख।
- प्रत्येक उद्देश्य के लिए आवश्यक संसाधनों की सूची।
- हरेक उद्देश्य के लिए पाठ्यपुस्तक में संदर्भ अभ्यासों की सूची।
- गृहकार्य।
- मूल्यांकन।

कार्य योजना कैसे लिखें

कुछ देशों में कार्य योजना, शिक्षा मंत्रालय उपलब्ध कराता है। अन्य देशों में ऐसा नहीं होता है। अगर आपको कार्य योजना सरकार की ओर से मिले तो उसको अपने पढ़ाने का आधार बनाएं और उसमें कुछ अपनी गतिविधियां भी जोड़ें।

1. पाठ के लक्ष्य और उद्देश्य पहचानें

पाठ के लक्ष्य और उद्देश्य तय करें।

इस लक्ष्य में उन सामान्य चीजों का वर्णन करें जिन्हें छात्रों को सीखना और जो उन्हें सत्र के अंत तक करना चाहिए। लक्ष्य की प्राप्ति के लिए वे कौन से छोटे कदम हैं, जो छात्रों को उठाने चाहिए? उद्देश्य में, इन्हीं छोटे कदमों का विस्तृत वर्णन होगा।

- मंत्रालय से मिले पाठ्यक्रम, सलाह और निर्देशों को पढ़ें।
- पाठ्यपुस्तक के उस अध्याय को देखें जिसमें यह पाठ हो।
- परीक्षा-पत्रों में इस पाठ से कौन से प्रश्न आए हैं, उन्हें देखें। छात्रों को परीक्षा में क्या करना चाहिए?
- पाठ के खत्म होने पर छात्रों को कितनी जानकारी, कौशल आने चाहिए?
- क्या इस जानकारी और कौशलों को सरल से कठिन के क्रम में रखा जा सकता है?
- पाठ के क्या लक्ष्य हैं, उनकी एक सूची बनाएं। अब प्रत्येक लक्ष्य के लिए उद्देश्यों की सूची बनाएं। दोनों सूचियों को, सरल से कठिन के क्रम में रखें।

2. हरेक उद्देश्य के लिए गतिविधियां सोचें

प्रत्येक उद्देश्य की प्राप्ति के लिए छात्रों को कौन-कौन सी गतिविधियां करनी चाहिए इसे तय करें:

- गतिविधियां तय करते समय आपको पढ़ाने के कई अलग-अलग तरीकों के बारे में सोचना होगा जैसे शिक्षक द्वारा व्याख्यान, खोजबीन, समस्याएं और पहेलियां, खेल, चर्चा सत्र, ठोस काम और अभ्यास एवं सुदृढ़ीकरण। इस पद्धति में भिन्न-भिन्न गतिविधियों के बीच, एक संतुलन होना आवश्यक है।
- पाठ्यपुस्तक, शैक्षिक सामग्री एवं अन्य पुस्तकों को देखें। पाठ को पढ़ाने के लिए आपको जिन गतिविधियों और साधनों की जरूरत पड़े, उन्हें इकट्ठा करें। अपनी कार्य पद्धति में, विविध गतिविधियां चुनें। जैसे-जैसे आप नई गतिविधियां खोजें उन्हें, अपनी सूची में जोड़ते जाएं।
- कक्षा के ढांचे को भी बदलने का प्रयास करें। छात्रों को अलग-अलग अनुभव दें।

पूरी कक्षा को एक साथ पढ़ने का मौका दें। उन्हें समूहों में (जिसमें भिन्न क्षमताओं के छात्र हों, या मित्र हों) में, जोड़ियों में, और अकेले काम करने का मौका दें।

3. आवश्यक संसाधन एकत्र करें

आपको पाठ के लिए कौन से साधन चाहिए उन्हें तय करें। सोचें कि:

- ऐसे कौन से स्थानीय साधन हैं जो आपको आसपास ही मिल जाएंगे
- ऐसे कौन से साधन हैं जिन्हें बनाना पड़ेगा
- ऐसे कौन से साधन हैं जो स्कूल में ही मिल जाएंगे।

पाठ को पढ़ाने के लिए जिन साधनों और शैक्षिक सामग्री की आवश्यकता हो उन्हें आप इकट्ठा करें। इनको अपनी कार्य योजना में नोट करें।

4. गृहकार्य की योजना बनाएं

पाठ्यपुस्तक के कौन से प्रश्न, अभ्यास और सुदृढ़ीकरण के लिए उपयोगी होंगे, यह तय करें। सोचें:

- कठिनाइयों के भिन्न स्तरों के बारे में
- कि किन कौशलों का अभ्यास हो रहा है
- और अगर जरूरत हो तो प्रश्नों को, कठिनाई के हिसाब से अलग-अलग समूहों में रखें
- कक्षा में पाठ्यपुस्तकों की संख्या कितनी है
- क्या पाठ्यपुस्तक में पर्याप्त संख्या में अभ्यास के प्रश्न हैं?

आप हरेक उद्देश्य के लिएं कौन से अभ्यास इस्तेमाल करेंगे, इसे अपनी कार्य योजना में लिखें। अगर आपको अन्य किताबों में कुछ नए अभ्यास या प्रश्न मिलें त इन्हें इसमें जोड़ दें।

5. गृहकार्य की योजना बनाएं

किसी पाठ को पढ़ाते समय आप कितना गृहकार्य देंगे इसे तय करें। सोचें कि:

- हरेक गृहकार्य कितनी अवधि का होगा?
- क्या छात्र पाठ्यपुस्तकों को घर ले जा पाएंगे? क्या आपको वर्कशीट लिखनी पड़ेगी? क्या आप गृहकार्य को ब्लैकबोर्ड पर लिखेंगे ताकि छात्र उसे अपनी कापियों में उतार सकें?
- हरेक गृहकार्य का उद्देश्य क्या होगा? क्या इससे कक्षा में सीखे कौशलों का अभ्यास होगा? क्या इसमें कुछ जानकारी एकत्र करनी होगी या नए सूत्र याद करने होंगे?

पाठ के लिए गृहकार्य की योजना बनाएं और उसे अपनी कार्य योजना में दर्ज करें।

6. छात्रों के मूल्यांकन की योजना बनाएं

किसी विषय के बारे में छात्र कितना सीख पाए हैं इसे पता लगाने की विधि तय करें। आप कैसे मूल्यांकन करेंगे उसे भी तय करें, जैसे:

- लिखित परीक्षाएं
- मानसिक मौखिक परीक्षाएं
- गृहकार्य
- पाठ पढ़ाते समय प्रश्न और उत्तरों का सत्र
- आप इन अलग-अलग परीक्षाओं को कब लेंगे?

- आप कक्षा के काम और गृहकार्य की जांच कैसे करेंगे?
- आप पुराने परीक्षा-पत्रों का कैसे उपयोग करेंगे?

जिन परीक्षा-पत्रों की आवश्यकता हो उन्हें बनाएं। पिछले सालों के परीक्षा-पत्र इकट्ठे करें। इन्हें अपनी कार्य योजना में शामिल करें।

इस योजना का एक उदाहरण: तीन-आयामी ठोस आकृतियां

इस कार्य योजना में चर्चा, ठोस प्रैक्टिकल काम, खेलों आदि के माध्यम से पाठ की खोजबीन की जाती है। एक बार छात्र, भिन्न-भिन्न तरीकों से पाठ के बारे में अपनी समझ बना लें उसके बाद ही शिक्षक अपनी व्याख्या और प्रस्तुति करे।

लक्ष्य (Aims)

छात्र निम्न बातें सीखेंगे:

1. तीन-आयामी आकृतियों को भिन्न-भिन्न तरीकों से दर्शाना जैसे – आइसोमैट्रिक चित्र, जाल, ठोस आकृतियां ।
2. तीन-आयामी ठोस आकृतियों की खोजबीन करें। इसके लिए चित्रों और अलग-अलग प्रकार के सामान का इस्तेमाल करें।
3. कल्पना करें, वर्णन करें और तीन-आयामी ठोस आकृतियों के चित्र बनाएं।
4. प्राप्त जानकारी के आधार पर अलग-अलग प्रकार के सामान से, तीन-आयामी ठोस आकृतियां बनाएं।

उद्देश्य (Objectives)

छात्र निम्न चीजें करें:

1. बोलचाल की भाषा में तीन-आयामी ठोस आकृतियों का वर्णन करें।
2. तीन-आयामी ठोस आकृतियों की पहचान के लिए गणितीय नाम दें और उनके गुणधर्मों का वर्णन करें (सतहें, किनारे, कोने)।
3. तीन-आयामी ठोस आकृतियों का अलग-अलग तरीकों से वर्गीकरण करें। औयलर के नियम के अनुसार भी वर्गीकरण करें।
4. सतहों और किनारों की संख्याओं के आधार पर अलग-अलग सामान से, तीन-आयामी ठोस आकृतियां बनाएं।
5. बारीकी से मापने के बाद ही तीन-आयामी ठोस आकृतियां बनाएं।

संसाधन

- समबाहु त्रिभुज और वर्ग
- माचिस की डिब्बियां और घन
- तीन-आयामी ठोस आकृतियों का एक सेट
- ठोस आकृतियों को रखने के लिए एक थैला (उद्देश्य 1)
- ताश के पत्तों की एक गड्डी (उद्देश्य 2)
- गत्ते के बने समबाहु त्रिभुज और वर्ग (उद्देश्य 3)
- ग्राफ या चौखानों वाला कागज
- *आइसोमैट्रिक* कागज

गतिविधि: छूने वाला थैला

क और ख, एक-दूसरे की पीठ-से-पीठ सटाकर बैठें। क के पास एक थैला हो जिसमें अलग-अलग प्रकार की, ठोस आकृतियां रखी हों।

भाषा संबंधी गतिविधि

जोड़ी में काम

क आकृतियों को छूए परंतु उन्हें देखे नहीं। क आकृतियों का वर्णन ख को बताए। क ठोस आकृति के गणितीय नाम का उपयोग नहीं करे।

अब **ख** उस आकृति का चित्र बनाने की कोशिश करे।
फिर **क** और **ख** अपनी-अपनी भूमिका की आपस में अदला-बदली करें।

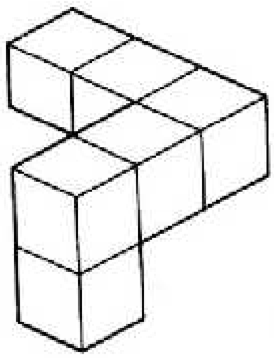
गतिविधि

भाषा संबंधी गतिविधि
जोड़ी में काम

क और **ख**, एक-दूसरे की पीठ-से-पीठ सटाकर बैठें।

दोनों के पास 6 घन या माचिस की डिब्बियां हों।

क घनों से या माचिस की डिब्बियों से, कोई ठोस आकार बनाए और उसे **ख** से छिपा कर रखे। **क** इस आकार का वर्णन, **ख** को सुनाए।



ख अब, उसी ठोस आकार को बनाए।

फिर दोनों, आपस में काम की, अदला-बदली करें।
अब **ख** कोई ठोस आकार बनाएं और **क** को उसका वर्णन सुनाए।

कुछ शब्द जिनको शायद आप उपयोग में लाएं

सीधा पेंदा
लम्बा बायां
छोटा दायां
किनार नीचे
कोना तले
अंत ऊपर
बाहरी पास में

गतिविधि

भाषा संबंधी गतिविधि
जोड़ी में काम

इसके लिए आपको कई अनियमित ठोस आकृतियों की जरूरत पड़ेगी।

क और **ख** दोनों जोड़ी में काम करें।

आकृतियों को **क** और **ख** के बीच बांटें और फिर उन्हें मेज पर सजाएं।

अब **क** किसी एक आकृति की ओर, इशारा किए बिना उसका वर्णन, **ख** को सुनाए। **ख** अब, **क** के वर्णन वाली आकृति बताए।

उसके बाद **क** और **ख** काम की, अदला-बदली करें।

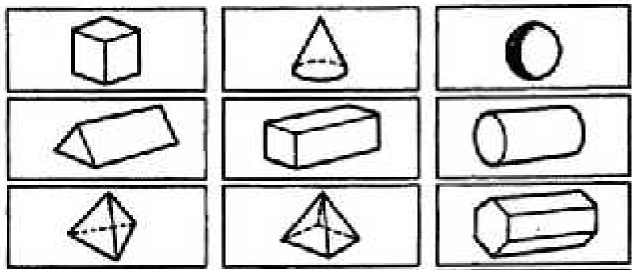
गतिविधि: कार्ड का खेल

खेल
एक, दो या तीन लोगों का खेल

इसके लिए आपको पृष्ठ 90 पर दिखाए कार्ड के पत्तों की एक गड्डी चाहिए होगी।

इस खेल को अकेले, दो की जोड़ी में या तीन लोग मिलकर खेल सकते हैं:

- हरेक ठोस आकृति के चित्र को, उसके नाम और उसके गुणधर्मों के साथ मिलाएं।
- 9 ठोस आकृतियों को परिभाषाएं दें।
- **क** के पास कार्ड हैं जिन पर चित्र बने हैं। **ख** के पास कार्ड हैं जिन पर गुणधर्म लिखे हैं। **ग** के पास कार्ड हैं जिन पर आकृतियों के नाम लिखे हैं।
  ख गुणधर्म वाला एक कार्ड, मेज पर रखकर खेल शुरू करे। अब **क** और **ग**, मैचिंग कार्डों को मेज पर रखें। जो पहले मेज पर कार्ड रखेगा वही तीनों कार्ड जीतेगा।
- आप कार्डों की दो जोड़ियों से *स्नैप* खेल सकते हैं।
  स्नैप खेलने के निर्देश पृष्ठ 14 पर दिए हैं।



6 सतहें – सभी वर्ग 8 कोने 12 किनारे	2 सतहें – 1 गोला, 1 खंड 1 शीर्ष 1 किनारा	1 सतह 0 कोने 0 किनारे
5 सतहें – 2 त्रिभुज, 3 आयत 6 कोने 9 किनारे	6 सतहें – 2 वर्ग, 4 आयत 8 कोने 12 किनारे	3 सतहें –2 गोले, 1 आयत 0 कोने, 2 किनारे
4 सतहें – समबाहु त्रिभुज 4 कोने 6 किनारे	5 सतहें – 1 वर्ग, 4 त्रिभुज 5 कोने 8 किनारे	8 सतहें –2 षट्भुज, 6 आयत 12 कोने 18 किनारे
घन	शंकु	गोल गेंद
त्रिकोण प्रिज़्म	घनाभ	बेलनाकार डिब्बा
चतुष्फलक	वर्ग आधारित पिरामिड	षट्भुज प्रिज़्म

गतिविधि

खोजबीन अकेले

- नीचे बनी प्रत्येक ठोस आकृति का नाम, सतहों की संख्या, कोनों की संख्या और किनारों की संख्या लिखें। अपने परिणामों की एक तालिका बनाएं और उसमें एक नियम खोजने की कोशिश करें।

नाम	सतहें	कोने	किनारे

उद्देश्य 3 और 4

गतिविधि: ठोस बहुफलक (Polyhedra) बनाएं

ठोस प्रैक्टिकल काम कई लोग

आपको बहुत सारे, समबाहु त्रिभुज और वर्ग काटने होंगे। इनकी सभी भुजाएं, एक-लम्बाई की हों।

पहले केवल त्रिभुजों का ही उपयोग करके एक बहुफलक बनाएं। हरेक बहुफलक के लिए निम्न बातें नोट करें:

- उपयोग किए गए त्रिभुजों की संख्या

- कोनों की संख्या
- किनारों की संख्या

अपने नतीजों में पैटर्न खोजने की कोशिश करें।

केवल वर्गों का उपयोग कर कुछ बहुफलक आकृतियां बनाएं।
हरेक बहुफलक की निम्न बातें दर्ज करें:

- प्रयोग किए वर्गों की संख्या
- कोनों की संख्या
- किनारों की संख्या

अपने नतीजों में पैटर्न खोजने की कोशिश करें।

पिछली कुछ गतिविधियों में छिपे पैटर्न को कुछ छात्र आसानी से समझ नहीं पाए होंगे। अगर अब शिक्षक औयलर का नियम पेश कर, उसकी व्याख्या करे तो उससे छात्रों को अवश्य सहायता मिलेगी।

औयलर के नियम के अनुसार:

सतहों की संख्या + कोनों की संख्या = किनारों की संख्या + 2

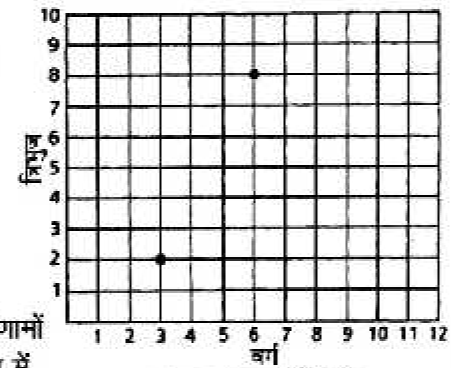
गतिविधि: बहुफलक बनाकर उनकी खोजबीन करना

प्रायोगिक काम और खोजबीन अकेले या जोड़ी में काम करना

वर्गों और त्रिभुजों से कुछ बहुफलक बनाएं। हरेक बहुफलक की निम्न बातें दर्ज करें:

- उपयोग किए गए वर्गों और त्रिभुजों की संख्या
- कोनों की संख्या
- किनारों की संख्या

अपने नतीजों में पैटर्न खोजें। अपने परिणामों को ग्राफ द्वारा दर्शाएं जैसा कि उदाहरण में दिखाया है। क्या आपको कुछ पैटर्न नजर आए?



भिन्न बहुफलकों में लगे त्रिभुजों और वर्गों की संख्या

उद्देश्य 3

गतिविधि: बहुफलकों का वर्गीकरण

एक नियमित बहुफलक :

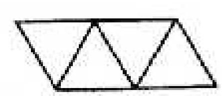
- की सतहों पर नियमित बहुभुज आकार होते हैं
- की सभी सतहें एक-समान होती हैं
- के सभी कोने एक-जैसे दिखते हैं।

उद्देश्य 4

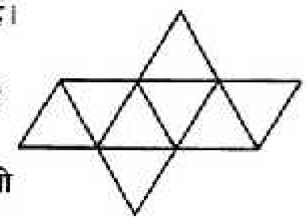
गतिविधि

अकेले खोजबीन करना

- यह चतुष्फलक (Tetrahedron) का एक जाल है।
  - चतुष्फलक के बाकी, अन्य जाल भी खोजें।
  - उन सभी के चित्र बनाएं।
  - आप इन जालों पर कितने अलग-अलग तरीकों से, चिपकाने वाले कान लगा सकते हैं?



- यहां पर एक नियमित अष्टफलक का जाल बना है।
  - अष्टफलक के बाकी, अन्य जाल भी खोजें।
  - इनमें कौन से ऐसे जाल हैं जिनमें सममिति है?
  - कितने भिन्न-भिन्न प्रकार के जाल हैं?
  - आपको यह कैसे पता चलेगा कि आपने सभी संभावित जाल खोज लिए हैं?



उद्देश्य 5

गतिविधि

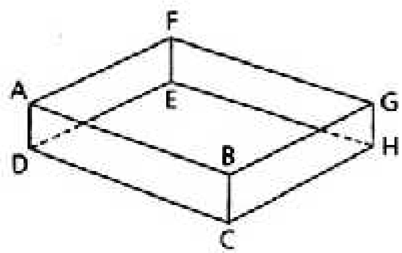
प्रायोगिक काम और खोजबीन अकेले करने के लिए

आपके पास 64 से.मी. × 52 से.मी. नाप का गत्ते या कागज का टुकड़ा है।

- उससे 5 से.मी. भुजा वाले जितने भी घन बन सकें बनाएं या उनके चित्र बनाएं:
  - घन के जितने भी संभव जाल हों, उन्हें खोजें।
  - कम-से-कम रिक्त स्थान छोड़ें, आप उन्हें कागज़ पर कैसे फिट करेंगे?
  - चिपकाने वाले कानों को न भूलें!
- इसी प्रयोग को 5 से.मी. भुजा वाले नियमित चतुष्फलकों के साथ भी दोहराएं।

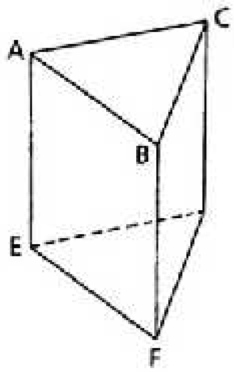
आगे की अन्य गतिविधियों के लिए पृष्ठ 44-45 पर माचिस द्वारा की जाने वाली गतिविधियों को देखें।

गृहकार्य 1



पहला काम: चित्र को देखें।

1. सतहें AFGB और AFED किस किनार पर मिलती हैं?
2. सतहें BGHC और ABCD किस किनार पर मिलती हैं?
3. E कोने पर कौन-सी किनारें आकर मिलती हैं?
4. G कोने पर कौन-सी किनारें आकर मिलती हैं?
5. D कोने पर कौन-सी किनारें आकर मिलती हैं?
6. EF और AF कौन-से कोने पर मिलती हैं?
7. किनार DE पर कौन-सी सतहें आकर मिलती हैं?



दूसरा काम: चित्र को देखें।

कौन-सी सतहें या किनारें एक-दूसरे को काटती हैं:

1. कोने C पर? 2. किनार ED पर?
3. कोने F पर? 4. किनार AE पर?

निम्न सतहें एक-दूसरे को कहां पर काटती हैं:

5. सतह ACB और सतह BCDF ?
6. सतह EDF और सतह ACDE ?

तीसरा काम: वर्ग के आधार पर बने पिरामिड का चित्र बनाएं। उसके कोनों पर A, B, C, D, E के लेबिल लिखें। इस आकृति की सतहें, किनारे और कोने कहां मिलते हैं, इसके बारे में कुछ प्रश्न बनाएं। इन प्रश्नों के उत्तरों को अलग से लिखें।

गृहकार्य 2

1. इन चीजों के बारे में रोज़मर्रा की ज़िंदगी के अधिक-से-अधिक उदाहरण दें:
   क. गोल गेंद ख. शंकु
2. अलग-अलग प्रकार के जितने भी प्रिज़्म आपसे बन सकें, उनके चित्र बनाएं। हरेक की सतहों, किनारों और कोनों की संख्याएं लिखें।

3. एक कार्ड पर एक प्रिज़्म और एक पिरामिड के सही जाल बनाएं। उनके चिपकाने वाले कान न भूलें! अब जाल को काट कर उनसे ठोस आकृतियां बनाएं।

मूल्यांकन

1. मेरी चार सतहें हैं और चार ही कोने हैं। मैं कौन हूं?
   मेरा और मेरे जाल का चित्र बनाएं।
2. मेरी केवल एक ही सतह है और कोई कोना नहीं है। मैं कौन हूं?
3. मेरी छह सतहें हैं और दस किनारे हैं। मेरी पांच सतहें तिकोनी हैं। मैं कौन हूं?
   मुझे और मेरे जाल को बनाएं।
4. अलग-अलग छह ठोस आकृतियों के नाम लिखें।
5. एक ऐसे षट्भुज-प्रिज़्म का जाल बनाएं जिसमें हरेक भुजा 4 से.मी. लंबी हो।
6. इन ठोस आकृतियों को *आईसोमेट्रिक* कागज़ पर बनाएं:
   क. घन
   ख. घनाभ (Cuboid)
   ग. चतुष्फलक
   घ. वर्ग पर बनी पिरामिड

प्रणाली का पैटर्न

रैखिक समीकरण बनाना और उन्हें हल करना

इस योजना में रैखिक समीकरणों को खोजबीन और समस्या समाधान के ज़रिए समझने का प्रयास किया गया है। इस प्रकार छात्रों को नियम और तरीके विकसित करने का मौका मिलेगा। छात्रों द्वारा उनके खुद के तरीके विकसित करने के बाद ही, शिक्षक अपनी व्याख्या प्रस्तुत करे। समीकरण हल करने के नियम और तरीके जानने के बाद ही, अभ्यास और सुदृढ़ीकरण का दौर चलेगा।

लक्ष्य

इससे छात्र निम्न बातें सीखेंगे:

1. चर राशियों (Variables) के स्थान पर अक्षरों का उपयोग।
2. गणित, अन्य विषयों और रोज़मर्रा से संबंधित सूत्रों को रचना, उनकी व्याख्या और मूल्यांकन करना। यह सूत्र, शब्दों और प्रतीकों में दिए होंगे।
3. हरेक समस्या के लिए सबसे उपयुक्त तरीका इस्तेमाल करके रैखिक समीकरण हल करना।

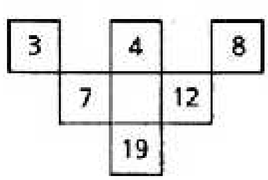
उद्देश्य

छात्र नीचे सुझाई बातें कर पाएंगे:

1. शब्दों में दिए सरल सूत्रों की रचना और उनकी व्याख्या।
2. शब्दों में दिए सरल सूत्रों की व्याख्या।
3. प्रतीकों में दिए सरल सूत्रों की रचना और व्याख्या।
4. प्रतीकों में दिए सरल सूत्रों का मूल्यांकन।
5. पूर्णांकों के गुणांक वाले रैखिक समीकरणों को प्रतिपादित कर हल निकालना।

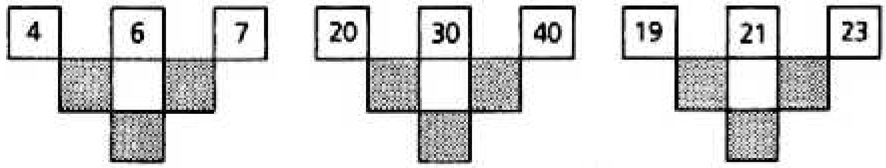
उद्देश्य 3-5

खोजबीन पूरी कक्षा **गतिविधि: अंकों के पिरामिड**

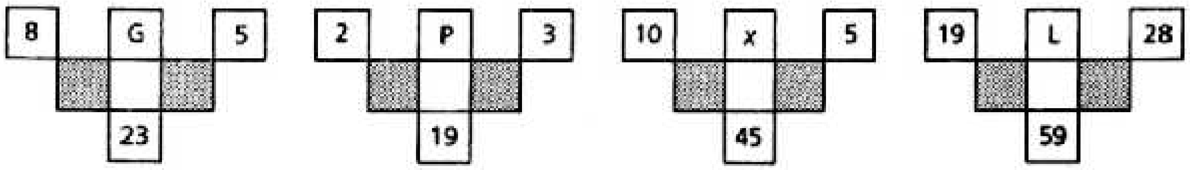


- पिरामिड में लिखे अंकों के परस्पर सम्बंधों का अध्ययन करें। अंकों के बीच परस्पर सम्बंधों को दर्शाने के लिए अधिक-से-अधिक समीकरण लिखें। पिरामिड की अलग-अलग स्तरों पर लिखे अंकों में क्या आपने कोई विशेष बात देखी?

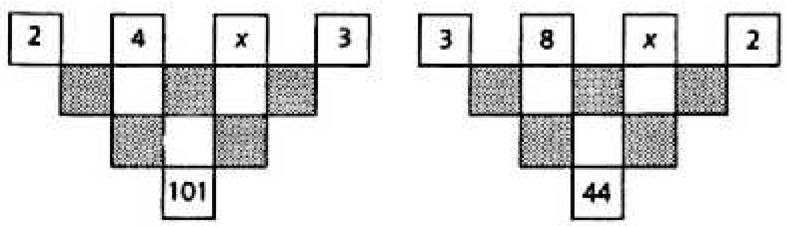
- नीचे के पिरामिड के रिक्त खानों में अंक भरें। पिछले पृष्ठ पर बने पिरामिड में अंकों के बीच में जो सम्बंध हैं, उन्हीं का उपयोग पैटर्न जैसे करें।



- अब खुद एक अंक पिरामिड बनाएं और अपने मित्र से उसमें अंक भरने को कहें।
- नीचे के पिरामिड के रिक्त खानों में अंक भरें। फिर हरेक पिरामिड में दिए अक्षर का मान ज्ञात करें जिससे कि पिरामिड में सबसे नीचे स्थित अंक का सत्यापन हो सके।



- अब नीचे दिए निर्देशों के आधार पर कुछ अंक पिरामिड खुद बनाएं:
  - पिरामिड के सभी खानों को अंकों से भरें। आप चाहें तो सबसे ऊपर की कतार में ऋण संख्याएं और भिन्न उपयोग कर सकते हैं।
  - अपनी बनाई पिरामिड की नकल करें परंतु बीच वाली कतार में अंक नहीं लिखें।
  - सबसे ऊपर वाली कतार में, किसी एक अंक के स्थान पर अक्षर लिखें।
- अब नीचे के पिरामिडों के हल्के रंग वाले खानों को भरें। फिर दोनों पिरामिडों



में x का मान ज्ञात करें।
- ऊपर दिखाए अनुसार चार स्तर वाली कुछ पिरामिड खुद बनाएं। इन्हें बनाते समय पहले वाला तरीका ही इस्तेमाल करें। अपने पड़ोसी से पिरामिड का हल खोजने को कहें।

उद्देश्य 1-5

समस्या समाधान **गतिविधि: पत्थरों की ढेरी**

अकेले काम
- आपके पास पत्थरों की 3 ढेरियां हैं। दूसरी ढेरी में, पहली की तुलना में 3 गुना अधिक पत्थर हैं। तीसरी ढेरी में, पहली के मुकाबले 2 पत्थर कम हैं। कुल मिलाकर 78 पत्थर हैं।
- हरेक ढेरी में कितने पत्थर हैं?
- पहली ढेरी में, दूसरी की तुलना में 4 गुना अधिक पत्थर हैं।

तीसरी ढेरी में, पहली ढेरी से 3 पत्थर कम हैं। कुल मिलाकर 69 पत्थर हैं। हरेक ढेरी में कितने पत्थर हैं?

- अपने उत्तरों की किसी दूसरे से पुष्टि करें। क्या आप सहमत हैं?
- अब खुद कुछ समस्याएं बनाएं और उन्हें अपने साथी को हल करने को दें।

उद्देश्य 1-5

गतिविधि: समस्या समाधान

अभ्यास और सुदृढ़ीकरण
अकेले काम

1. तीन लोग एक कार में हैं। उनकी उम्र 15,18 और 20 साल है। कार बिगड़ गई है। उनके साथ एक बंदर है और 275 संतरे हैं। उन्होंने तय किया कि सबसे बड़े व्यक्ति को, सबसे कम उम्र वाले से 5 संतरे ज़्यादा मिलना चाहिए। बीच की उम्र वाले को, सबसे कम उम्र वाले से 3 संतरे ज़्यादा मिलना चाहिए। उन्होंने बंदर को 6 संतरे दिए और बाकी आपस में बांट लिए। हरेक को कितने संतरे मिले?
2. एक ट्रक में 200 बोरे आलू लादकर 3 गांवों में ले जाना है। पहले गांव को, तीसरे गांव से 20 बोरे अधिक मिलना हैं और दूसरे गांव को, पहले गांव से दो गुने बोरे मिलना हैं। हरेक गांव को कितने-कितने बोरे मिलेंगे?
3. एक किसान लोबिए की 600 बोरियां, चार परिवारों को बेचता है। वह पहले दो परिवारों को, एक-समान बोरियां बेचता है। इससे 40 अधिक तीसरे परिवार को, और पहले दो से, 80 बोरियां अधिक चौथे परिवार को बेचता है। हरेक परिवार को कितनी बोरियां मिलेंगी?
4. चुनाव के दौरान, तीन मुख्य राजनैतिक पार्टियों को कुल मिलाकर 41,738 वोट मिले। जीतने वाले उम्मीदवार को, दूसरे स्थान वाले से 8,311 वोट अधिक मिले। जीतने वाले उम्मीदवार को, तीसरे स्थान पर आने वाले प्रत्याशी से 5 गुना अधिक वोट मिले। हरेक उम्मीदवार को कितने वोट मिले?
5. एक चुनाव में चार उम्मीदवार थे जो, पहले से चौथे स्थान पर आए। चौथे उम्मीदवार को, तीसरे वाले से 3,040 वोट कम मिले और दूसरे स्थान वाले को, तीसरे स्थान वाले से 5,255 वोट ज़्यादा मिले। वोट गिनते समय, पहले और चौथे स्थान के उम्मीदवारों के वोटों की कुल संख्या, अन्य दोनों उम्मीदवारों की संख्या के बराबर पाई गई। हरेक प्रत्याशी को कितने वोट मिले?

उद्देश्य 1-5

गतिविधि: निम्न समीकरण हल करें

अभ्यास और सुदृढ़ीकरण
अकेले काम

1 $2x + 3 = 15$
2 $6x = 7$
3 $\frac{4x}{5} = -2$
4 $\frac{5x}{6} = \frac{1}{4}$
5 $-3x = 1$
6 $10 = 2 - x$

1 $-2x = x + 12$
2 $a - 3 = 3a - 7$
3 $-2x = 2x - 7$
4 $-x - 4 = -3$

5 $-x = -5$

6 $\frac{x}{10} = -\frac{1}{5} - \frac{x}{5}$

1 $2(3x - 1) = 3(x - 1)$

2 $-2x = 3(2 - x)$

3 $7x = 3x - (x + 20)$

4 $-(x + 1) = 9 - (2x - 1)$

5 $3y + 7 + 3(y - 1) = 2(2y + 6)$

6 $5(2x - 1) - 2(x - 2) = 7 + 4x$

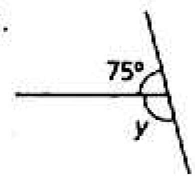
1. तीन क्रमिक संख्याओं का योग 276 है। संख्याएँ खोजें।
2. चार क्रमिक संख्याओं का योग 90 है। संख्याएँ खोजें।
3. मैं कोई संख्या सोचता हूं। अगर मैं उसे दो गुना करके उसमें 13 जोड़ता हूं तो मुझे 38 मिलता है। मैंने कौन-सी संख्या सोची?
4. दो संख्याओं का योग 50 है। पहली संख्या दूसरी से 4 गुना बड़ी है। दोनों संख्याएं बताएं?
5. एक आयत की लम्बाई उसकी चौड़ाई की दो गुनी है। आयत की परिधि 24 से.मी. है। उसकी चौड़ाई बताएं?
6. एक आयत की चौड़ाई उसकी लम्बाई की 1/3 है। अगर परिधि 96 से.मी. हो तो आयत की चौड़ाई बताएं?

उद्देश्य 5

गतिविधि: समीकरण बनाएं और उन्हें हल करें

अज्ञात कोणों के माप ज्ञात करें।

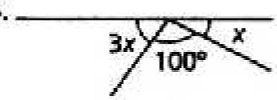
1.

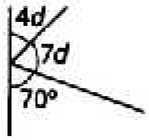
2.


3.

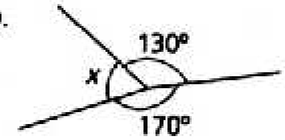
4.

5.

6.


7.


8.

9.


गृहकार्य

निम्न समस्याओं के लिए समीकरण बनाएं और उन्हें हल करें:

1. एक कक्षा में लड़कों और लड़कियों की कुल संख्या 32 है। लड़कों की तुलना में 6 लड़कियां ज़्यादा हैं। कक्षा में कितनी लड़कियां हैं?
2. ईलीन से अशरफ 4 साल बड़ा है। दोनों की कुल उम्र 46 साल है। अशरफ की उम्र बताएं?
3. क्रिस्टीना से ऐना की उम्र 3 गुना अधिक है। दोनों की कुल उम्र 24 साल है। दोनों की आयु बताएं?

छात्रों ने गतिविधियों में क्या-क्या किया है उसके संक्षिप्त विवरण और व्याख्या से सहायता मिलेगी। कुछ छात्रों को सरल रैखिक समीकरण बनाने और उन्हें हल करने में मुश्किल आई होगी। अगर शिक्षक उनकी तकनीक समझाएगा तो उससे छात्रों को अवश्य मदद मिलेगी।

4. एक थैले में 21 फल हैं। आमों की संख्या केलों से दुगनी है। थैले में कितने आन और कितने केले हैं?
5. दो दरवाज़ों पर नंबर लिखे हैं। नंबरों का अंतर पांच है। उनका योग 41 है। दरवाज़ों पर लिखे नंबर बताएं?
6. चांग परिवार की तुलना में चौई परिवार में 4 बच्चे अधिक हैं। कुल मिलाकर 8 बच्चे हैं। हरेक परिवार में कितने बच्चे हैं?
7. बस क और बस ख में, कुल मिलाकर 64 बच्चे हैं। बस क में, बस ख की तुलना में 7 गुना अधिक बच्चे हैं। हरेक बस में कितने बच्चे सवार हैं?
8. मैं कोई अंक सोचता हूं। उसे दुगना करके उसमें 7 जोड़ता हूं। तब मुझे संख्या 19 मिलती है। मैंने किस अंक से शुरू किया?

मूल्यांकन

1. समीकरणों को सही और संतुलित बनाने के लिए डिब्बों में संख्या भरें।

   a $\square + 7 = 51$ **b** $100 - \square = 42$

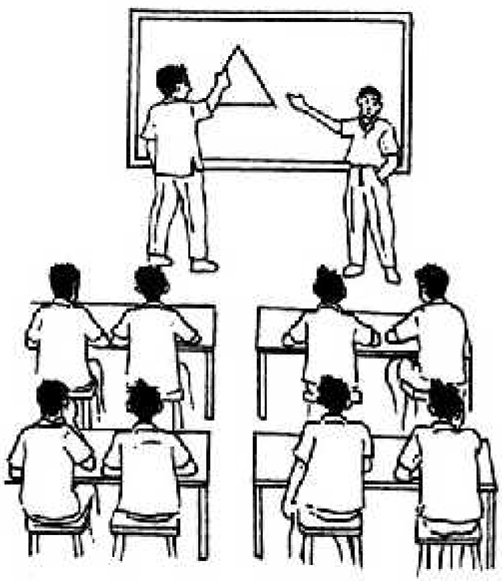
   c $9 \times \square = 162$ **d** $\frac{\square}{13} = 18$

   e $\square + 11 < 29$ **f** $\square^2 = 121$

2. मारिया ने x संख्या से शुरू किया। फिर उसे दुगना किया और उसमें 7 जोड़े। मारिया ने किस संख्या से शुरुआत की थी यह जानने के लिए एक समीकरण बनाएं और उसे हल करें।
3. हनीफ़, लुस्का का बेटा है। लुस्का की आयु हनीफ से 6 गुनी ज़्यादा है। जब हनीफ 18 साल का होगा, तब लुस्का की उम्र, हनीफ की वर्तमान आयु की 8 गुनी होगी। लुस्का की आयु कितनी है?
4. मारगिट ने अपनी दादी से उनकी उम्र पूछी। दादी ने उत्तर दिया, '7 साल बाद, मेरी उम्र, शादी के समय मेरी उम्र की 3 गुनी हो जाएगी।' फिर मारगिट की दादी ने उसे बताया कि उनकी शादी 41 साल पहले हुई थी।
   a दादी की वर्तमान उम्र को y साल मानें और फिर y पर आधारित एक समीकरण लिखें।
   b मारगिट की दादी की उम्र कितनी है?
5. निम्न समीकरण हल करें:
   a $3(x - 2) = 18$
   b $4(x + 3) = 48$
   c $3p + 7 = 5p - 13$
   d $2a = -6$
   e $3(b + 4) = -24$
   f $5(c + 3) = 12 - c$

अध्याय 6 काम शुरू करें!

इस अध्याय की मदद से आप कक्षा में पढ़ाते समय नए विचारों और तरीकों का समावेश कर पाएंगे। गणित के शिक्षक के रूप में विकसित होना एक प्रेरक प्रक्रिया है जो चुनौतियों और पुरस्कारों, दोनों से भरी है।



ऐसी बहुत सारी गतिविधियां हैं जिनसे आप अपना काम शुरू कर सकते हैं:

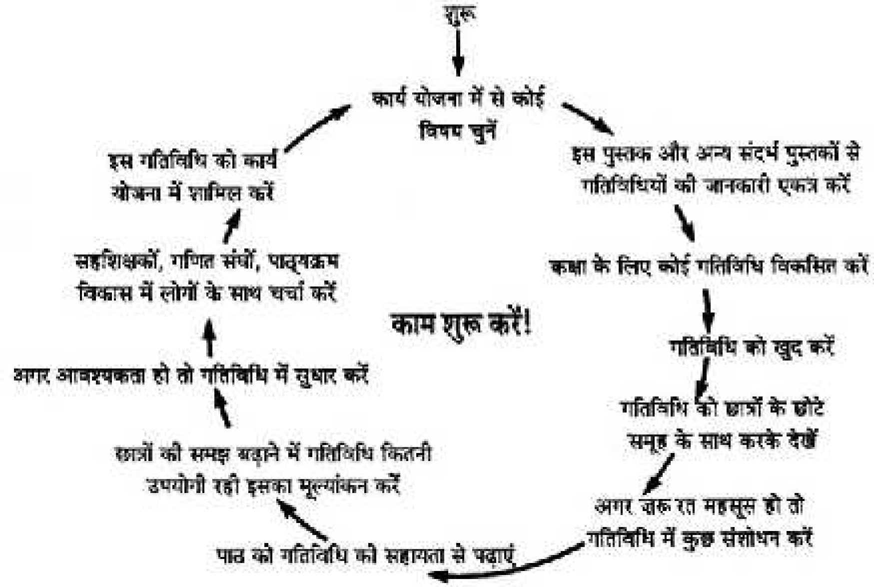
- छात्रों के साथ शिक्षा के नए और प्रगतिशील विचारों का उपयोग करें
- नए संसाधन उपयोग करें
- हर महीने या प्रत्येक शिक्षा सत्र में शैक्षिक सामग्री और अन्य शैक्षिक साधन बनाएं
- शैक्षिक सामग्री और अन्य संसाधनों का प्रयोग करके देखें
- सहशिक्षकों के साथ विचारों का आदान-प्रदान करें
- छात्रों के साथ चर्चा करें कि उन्हें गणित की कक्षाओं में क्या अच्छा और क्या खराब लगता है
- अपने काम का मूल्यांकन करें
- पत्रिकाएं और पुस्तकें पढ़ें और गणित शिक्षण के बारे में भिन्न स्रोतों से अधिक जानकारी इकट्ठी करें
- अगर संभव हो तो गणित शिक्षण की कार्यशालाओं में जाएं
- खुद की गणित को बेहतर बनाएं
- कभी-कभी किसी सहशिक्षक के साथ जोड़ी में पढ़ाएं
- अन्य शिक्षकों के पढ़ाने के तरीकों का अध्ययन करें
- कार्य और पाठ योजनाएं लिखें और उनकी समीक्षा करें
- समाज में चल रही गणित के बारे में लोगों से जानकारी हासिल करें
- गणित के नए विचारों के लिए भिन्न-भिन्न परिवेश खोजें
- अपनी वर्कशीट खुद लिखें
- कुछ खेल और पहेलियां बनाएं
- खोजबीन और जांच-परख की योजनाएं बनाएं
- गणित का क्लब शुरू करें
- मूल्यांकन लिखें
- राष्ट्रीय गणित संघ के सदस्य बनें
- पाठ्यक्रम विकास में लगीं स्थानीय संस्थाओं और शिक्षक-प्रशिक्षण कॉलेज से संपर्क करें

सूची काफी लंबी है और बहुत कुछ करने के लिए है! प्रश्न यह है कि 'कहां से शुरू करें?'

अपनी कक्षा से

'कहां से शुरू करें?' इस प्रश्न का कोई सही जवाब नहीं है। आप ऊपर की सूची में सुझाई चंद बातों से शुरू कर सकते हैं। जिस चीज़ में आपकी रुचि हो उससे शुरू करना ही सबसे अच्छा होगा।

आप पढ़ाने के तरीके को कैसे विकसित और समृद्ध कर सकते हैं। इसे अगले पृष्ठ के चित्र पर दिखाया गया है।



आपके स्कूल में

अगर आप अपने स्कूल में गणित के समन्वयक (कोऑर्डिनेटर) हों तो आप अवश्य चाहेंगे कि पूरे स्कूल में गणित शिक्षण का स्तर बेहतर हो। इस लक्ष्य की प्राप्ति के लिए और सभी की सहायता करने के लिए एक योजना का होना, बहुत ज़रूरी होगी। इसके लिए आप शिक्षकों के कार्यकारी दल बनाएं जिससे कि वेः

- हर आयु के बच्चों के लिए पाठ्यक्रम विकसित करें। आप एन.सी.ई.आर.टी. के सुझावों को देखें। बच्चों को कितनी विषय-वस्तु पढ़ानी है और कौन से कौशल सिखाने हैं उनकी सूची बनाएं। बड़े पाठों के लघु-पाठ और माड्यूल बनाएं।
- स्कूली सत्र के अनुसार, पाठ्यक्रम का एक नक्शा बनाएं। गणित का हरेक पाठ कब पढ़ाया जाएगा, उसे नक्शे पर दिखाएं (पृष्ठ 84 देखें)।
- हर विषय / पाठ के लिए कार्य योजना बनाएं। इसमें गतिविधियां, शैक्षिक सामग्री पढ़ाने के तरीके, मूल्यांकन, आदि शामिल करें (पृष्ठ 86 देखें)।
- हरेक पाठ को पढ़ाने के लिए चुनौतियों से भरी और रोचक गतिविधियां विकसित करें।
- कक्षा में इन गतिविधियों को करके देखें।
- छात्र कितना समझे हैं, इसका पता लगाने के लिए, मूल्यांकन की अलग-अलग तकनीकें विकसित करें।
- जो भी परिणाम निकलें उन्हें सभी को बताएं और उनका मूल्यांकन करें।
- सफल गतिविधियों को कार्य योजना में शामिल करें।
- सफलता का श्रेय सहशिक्षकों को भी दें।

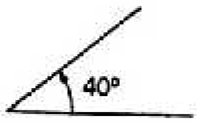
काम का कोई अंत नहीं है। आप स्तर जितना अधिक ऊंचा करेंगे, उसे उतना ही बेहतर करने की आपकी इच्छा और प्रबल होगी! हमें आशा है कि इस महत्वपूर्ण काम को शुरू करने में यह पुस्तक आपकी अवश्य सहायक होगी।

शब्द संग्रह

बीजगणित: गणित के गुणधर्मों और सम्बंधों का अध्ययन और सामान्य प्रतीकों जैसे वर्णमाला के अक्षरों द्वारा उनका निरूपण।

उदाहरण: $y = 4x - 2$

अगर $a = 10, b = 6, c = -2$ तो, ab/c का मान ज्ञात करें।

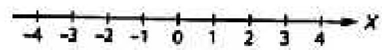


कोण: मोड़ की मात्रा, जिसे अंशों में नापा जाता है।

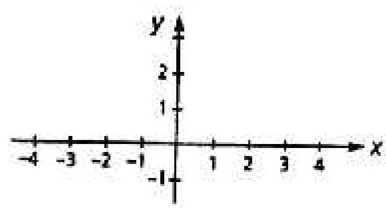
अंकगणितीय अनुक्रम: संख्याओं का क्रम जिसमें हरेक संख्या अपनी पिछली संख्या से एक निश्चित मात्रा में, कम या अधिक होती है।

उदाहरण: 2, 4, 6, 8, 10 ...

अक्ष: संदर्भ रेखा, जिससे निर्देशांक नापे जाते हैं।



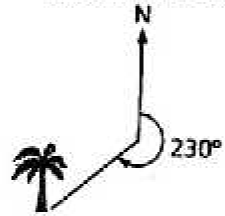
अक्षों: एक से अधिक अक्ष।



आधार: किसी आकृति या ठोस वस्तु का पेंदा।

आधार (Number base): गिनती के किसी भी तरीके में इस्तेमाल होनेवाले समूह के अंकों की संख्या।

दिशाकोण: घड़ी की दिशा में, उत्तर से वस्तु का कोण। दिशाकोण को अंशों में नापा जाता है।



धारिता: किसी वस्तु द्वारा किसी अन्य पदार्थ को संभालने की क्षमता का माप।

उदाहरण: 1 लीटर की बोतल।

वर्गीकरण: वस्तुओं को, उनके गुणधर्मों के आधार पर अलग-अलग करना।

मिलाना: एकत्र करना।

उदाहरण: जोड़ना, टेसीलेट करना।

तुलनात्मक माप: किसी सर्वमान्य मानक या इकाई से तुलना करके माप निश्चित करना।
उदाहरण: 1 चाय का कप = 100 मिलीलीटर।

तुलना करना: समानताओं और अंतरों को देखना।

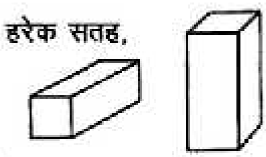
जटिल: असाधारण या अनियमित आकृति। ऐसी वस्तु जो सरल न हो।

सर्वांगसमता (Congruence): सभी तरह से, एक-समान होने का गुणधर्म।
उदाहरण: समरूप या सर्वांगसम त्रिभुज

सर्वांगसम (Congruent): सभी तरह से एक समान।

निर्देशांक: संख्याओं का ऐसा समूह जो किसी बिन्दु की स्थिति निर्धारित करती हो।
उदाहरण: (2,3)

घनाभ (Cuboid) : एक ऐसी ठोस आकृति, जिसकी हरेक सतह, आयताकार हो।
एक आयताकार प्रिज़्म।



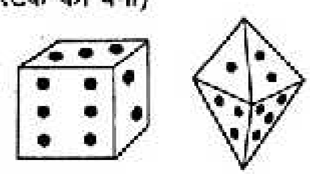
आंकड़े (Data): किसी विषय पर एकत्रित जानकारी।

जानकारी का आधार (Database) : जानकारी एकत्र करने का तरीका।

दशमलव भिन्न: एक ऐसी भिन्न जिसमें हर (Denominator) दस की घात में हो। इसे अक्सर दशमलव बिन्दु से अंकित किया जाता है।
उदाहरण: 19/100 = 0.19

विकर्ण: किसी बहुभुज आकृति के एक कोने से दूसरे कोने तक, खिंची रेखा (दोनों कोने एक-के-बाद-एक न हों)।

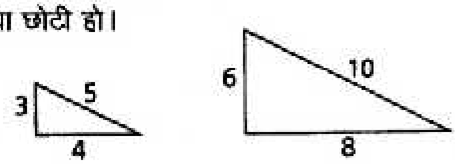
पासा: साधारणत: एक घन (आमतौर पर लकड़ी, हड्डी या प्लास्टिक का बना) जिस की हर सतह पर, 1 से 6 बिन्दी बनी होती हैं।
आमने-सामने की सतहों पर बिन्दियों का जोड़ 7 होता है।
अन्य ठोस आकृतियों के पासे भी बन सकते हैं जैसे,
अष्टफलक - जिसकी सतहों पर 1 से 8 बिन्दी होती हैं।



आयाम: किसी रेखा आकृति या ठोस वस्तु को निरूपित करने के लिए निर्देशांकों की संख्या:
रेखा एक-आयामी होती है।
समतल आकृति दो-आयामी होती है।
ठोस वस्तुएं तीन-आयामी होती हैं।

बड़ा करना (Enlargement): एक ऐसा परिवर्तन जिसमें, वस्तु एक निश्चित अनुपात में बड़ी या छोटी हो।

समतुल्यता: बराबर का मान होना।
उदाहरण: $2x = 10$



गुणनखंड (Factors): वे अंक जिनसे भाग देने पर एक संख्या दो या अधिक पूर्णांकों में बंट जाए। *उदाहरण:* 3 × 4 = 12, इसलिए 12 के गुणनखंड 3 और 4 होंगे।

फिबोनाशी क्रम: एक अंक-क्रम। इसमें हरेक संख्या अपने से पहले की दो संख्याओं का योग होती है।
उदाहरण: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13....

भिन्न: एक वस्तु के कुल भाग और उसमें से चुने गए भाग का अनुपात।
उदाहरण: 4/7, 8/11, 12/100

फलन (Function): वह नियम जो दो या दो से अधिक समूहों के संबंध को बताए (मानचित्रण Mapping) को परिभाषित करे।
उदाहरण: $n \rightarrow n + 2$

ज्यामितीय श्रेणी: एक क्रम जिसमें पहले पद के बाद के सभी पद, अपने से पहले पद और एक निश्चित संख्या का गुणनफल हों।
उदाहरण: 1, 2, 4, 8, 16, 32...

क्षैतिज: जो पृथ्वी या क्षितिज के समानांतर हो।

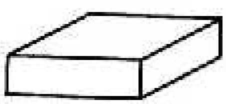
संकल्पना: कुछ तथ्यों को समझाने के लिए वक्तव्य, जो आगे के शोध का आधार भी बने।
उदाहरण: 13 वर्ष की लड़कियां, 13 वर्ष के लड़कों से ज़्यादा तेज़ दौड़ती हैं।

असमानता (Inequality) ऐसा वक्तव्य जो बताए कि कोई एक संख्या, दूसरी संख्या से, बड़ी या छोटी है।
उदाहरण: $x > 4$, $y < 7$

व्याख्या: जानकारी या आंकड़ों पर आधारित कोई निष्कर्ष।

प्रतिलोम (Inverse) : एक संक्रिया जो पिछली संक्रिया को उल्टा करे।
उदाहरण: जोड़, घटाने का उल्टा है।

अपरिमेय संख्याएं (Irrational Numbers): ऐसी संख्या जिसे भिन्न के रूप में, लिखना संभव न हो। *उदाहरण:* $\sqrt{2}$, π



आइसोमैट्रिक ड्राइंग: ऐसा चित्र जो किसी ठोस वस्तु की तीनों सतहों को दिखाए।

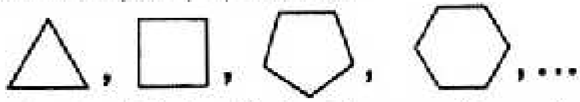
संभाविता: किसी घटना के होने या न होने की संभावना।

रेखा: दो बिन्दुओं के बीच की न्यूनतम दूरी को रेखा-खण्ड (Line Segment) कहते हैं। दोनों दिशाओं में रेखा-खण्ड को बढ़ाने से सीधी रेखा मिलती है।

मानचित्रण (Mapping): किसी नियम के अनुसार एक समुच्चय के अवयवों का, दूसरे समुच्चय के अवयवों के साथ सम्बंध जोड़ना।
उदाहरण: x 10
1 → 10
2 → 20
3 → 30

गणितीय पैटर्न: एक ऐसा पैटर्न जिसका शुरू का बिन्दु हो और जो एक स्पष्ट नियम के अनुसार विकसित हो।

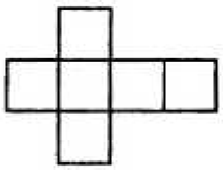
उदाहरण: 0.01, 0.1, 1, 10, 100



गुणज (Multiple): ऐसी संख्या जिसके 1 के अलावा, दो या उससे अधिक, गुणनखण्ड हों।
उदाहरण: 3 के गुणज, तीन के पहाड़े की सभी संख्याएं होंगी जो अनंत तक जा सकती हैं।
जैसे: 3, 6, 9, 12, 15... या 5 के गुणज हैं: 5, 10, 15, 20...

ऋण (Negative): शून्य से कम। *उदाहरण:* – 4, – 1/10

जाल: समतल आकार, जो पूर्वनिर्धारित रेखाओं पर मोड़ने से एक ठोस आकृति बन जाए।



घन का एक जाल

संख्या-क्रम: संख्याओं का एक ऐसा समुच्चय जिसे, किसी नियम के अनुसार एक क्रम में रखा गया हो।
उदाहरण: नियम: × 2 उसके बाद –1
क्रम: 2, 3, 5, 9, 17...

संक्रिया: जोड़ने या तोड़ने की प्रक्रिया।
उदाहरण: जोड़ना, घटाना, गुणा करना, भाग करना।

क्रम में लगाना (Ordering): ऐसी प्रणाली जिसमें वस्तुओं को, एक-दूसरे के साथ सम्बंधों या फिर एक क्रम के अनुसार सजाया जाता है। *उदाहरण:* 1ला, 2रा....

क्रमसंख्या (Ordinal Number): एक संख्या जो क्रम में उसका स्थान निरूपित करे।

पैटर्न: चीज़ों को किसी नियम के अनुसार सजाना।

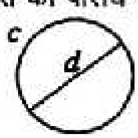
उदाहरण:	2	4	6	8	10
	4	8	12	16	20
	8	16	24	32	40

प्रतिशत: एक भिन्न, जिसे सौवें हिस्से के भाग के रूप में लिखा गया हो।
उदाहरण: 41 प्रतिशत या 41/100

परिमिति: किसी समतल आकार के बाहरी घेरे की लम्बाई।

लम्ब: किसी रेखा या समतल पर समकोण।

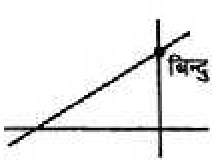
पाई: या π किसी वृत्त की परिधि और उसके व्यास का अनुपात।



$c = \pi d$

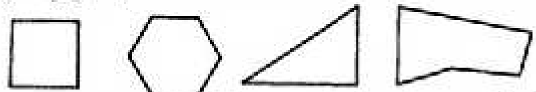
$\pi = \frac{c}{d}$

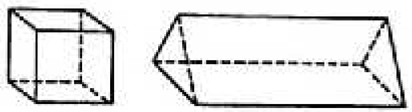
समतल: एक चपटी सतह। समतल पर स्थित किन्ही भी दो बिन्दुओं को जोड़ने वाली रेखा, जो पूरी तरह उसी सतह पर होती है।



बिन्दु: किसी समतल पर बना छोटा निशान, जिसकी स्थिति तो हो परंतु कोई आकार न हो।

बहुभुज (Polygon): तीन या अधिक सीधी रेखाओं से बना आकार।





बहुफलक (Polyhedron): तीन-आयामी ठोस बंद आकृति जिसकी हरेक सतह एक समतल हो।

घात (Power): किसी संख्या को खुद से जितनी बार गुणा किया जाए, वह संख्या।

उदाहरण: $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

अभाज्य संख्या (Prime Number): ऐसी संख्याएं जिनके केवल दो गुणनखण्ड हों, पहला 1 और दूसरा खुद वही संख्या।

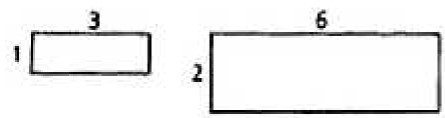
उदाहरण: 1, 3, 5, 7, 11

गुणधर्म: चीजों के व्यवहार और उनकी विशेषताओं का वर्णन।

उदाहरण: वर्ग के कुछ गुणधर्म:

- 4 सीधे और समान किनारे
- 4 समकोण
- समान विकर्ण
- विकर्ण एक-दूसरे को समकोण पर काटते हैं।

समानुपाती (Proportional): मात्रा और आकार के बावजूद निश्चित अनुपात बनाए रखना।

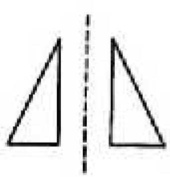


अनुपात: एक जैसी दो वस्तुओं की, एक-दूसरे से तुलना करना।

उदाहरण:

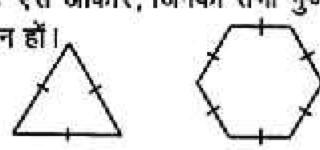
काले और सफेद मोती 3:1 के अनुपात में हैं।

परिमेय संख्याएं: ऐसी संख्याएं जिन्हें दो पूर्णांकों के अनुपात के रूप में लिखा जा सके। *उदाहरण:* -1/2, 8, 6/13



प्रतिबिम्बन (Reflection): ऐसा परिवर्तन जिसमें एक या उससे अधिक बिम्ब बनें।

नियमित: ऐसे आकार, जिनकी सभी भुजाओं की लम्बाई और आंतरिक कोण एक-समान हों।



घूर्णन (Rotation): ऐसा परिवर्तन जिसमें किसी आकार को एक निश्चित बिन्दु या समतल के, चारों ओर घुमाया जाए।

पैमाना (Scale): किसी नक्शे या ग्राफ पर लम्बाई, और वास्तविक लम्बाई के बीच का सम्बंध।

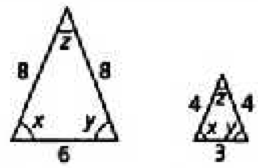
1 से.मी. बराबर 1 कि.मी.

अनुक्रमः अंकों या पदों का समुच्चय, जिसे किसी विशेष नियम के अनुसार सज गया हो। *उदाहरण:* 1, 2, 4, 8, 16...

श्रेणीः ऐसे पदों का संग्रह, जिनके बीच में धन (+) या ऋण (–) के चिन्ह हों और हरेक पद, अपने पिछले पद से, किसी नियमानुसार सम्बंधित हो।
उदाहरण: 1 + 2 + 4 + 8 + 16 +...

आकारः कोई भी घेराबंद क्षेत्र।

समरूपः जब संगत कोण समान हों और संगत भुजाएं अनुपात में हों।



गतिः समय के साथ स्थान परिवर्तन की दर।
उदाहरण: 50 किलोमीटर प्रति घंटा।

वर्ग संख्याः जो किसी संख्या को उसी संख्या से गुणा करने पर मिले।
उदाहरण: 1 × 1 2 × 2 3 × 3

1^2 2^2 3^2

वर्गमूलः जब किसी संख्या के गुणनखण्ड को उसी से गुणा करने पर, पुनः वही संख्या वापस मिले।
उदाहरण: $\sqrt{100} = 10$

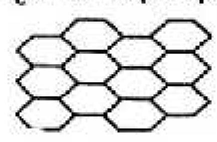
सांख्यकीय औसतः साधारणतः सांख्यिकी के तीन औसत प्रयोग में लाए जाते हैं – औसत, माध्यिका (Median) और बहुलक (Mode)।

मानकः अंतर्राष्ट्रीय मान्यता प्राप्त तुलनात्मक माप।
उदाहरण: मीटर, मिलीमीटर, किलोग्राम, घंटा, मी ^{2}।

सममितिः किसी बिन्दु, रेखा या समतल के दोनों ओर समान दूरियों पर स्थित अनुरुप बिन्दु।

पद (Term): किसी क्रम में पाए जाने वाला अंक, अक्षर या वस्तु।

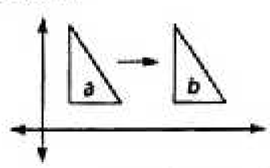
टेसीलेटिंगः एक ही आकृति को जोड़-जोड़ कर किसी समतल को भरने की प्रक्रिया।



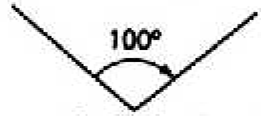
सैद्धांतिक संभावनाः 0 –1 के पैमाने पर, किसी घटना के घटने की संभावना का माप। यहां पर 0 का मतलब, असंभव और 1 का मतलब निश्चित होता है।

परिवर्तनः ऐसा मानचित्रण जिसमें बिन्दु, खुद के बिम्ब से, सम्बंधित हो।
उदाहरण: स्थानांतरण, प्रतिबिम्बन, घुमाना और बड़ा करना।

स्थानांतरण (Translation) : ऐसा परिवर्तन जिसमें आकार पर स्थित प्रत्येक बिन्दु एक ही दिशा में एक-समान दूरी तय करे।

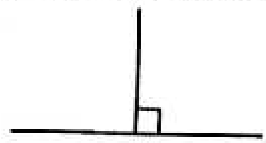


घुमाना: किसी बिन्दु के चारों ओर घूमना। वृत्त का थोड़ा चक्कर लगाकर दिशा बदलना।

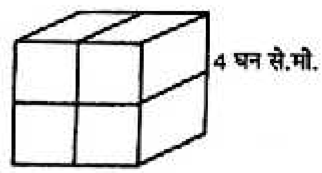


अनिश्चितता: एक ढुलमुल स्थिति, जिसके बारे में कुछ भी पक्का नहीं कहा जा सके। उसका माप।

उर्ध्वाधर (Vertical): खड़ी या क्षैतिज के लम्बवत।



आयतन: किसी वस्तु द्वारा आकाश में घेरा गया स्थान।



प्रायोगिक निष्कर्ष : प्रयोग से मिले वास्तविक आंकड़े।

XXX

वी.एस.ओ. की किताबें

वी.एस.ओ. बुक्स, वॉलंटरी सर्विसेज़ ओवरसीज़ की प्रकाशन इकाई है। 1958 से विकासशील देशों में वी.एस.ओ. के 21,000 कुशल स्वंयसेवी कार्यकर्ताओं ने राष्ट्रीय कार्यकर्ताओं के साथ मिलकर 59 से भी अधिक देशों में काम किया है। वी.एस.ओ. बुक्स में इसी अनुभव को संजोकर ऐसी पुस्तकें तैयार करने का उद्देश्य है जिन्हें सीधे-सीधे विकास के लिए इस्तेमाल किया जा सके। इस बात का भी ध्यान रखा गया है कि कार्यकर्ताओं के सभी तरह के अनुभवों की प्रस्तुति विकास की मौजूदा दृष्टि और संदर्भों के साथ हो सके।

बहुत से पाठकों को वी.एस.ओ. के प्रकाशन उपयोगी लगेंगे। इनमें विकास के काम में लगे कार्यकर्ता, प्रोजेक्ट संचालक, शिक्षक, योजना बनाने वालों से लेकर उत्तर और दक्षिण दोनों में मंत्रालय के अफसर तक शामिल हो सकते हैं।

वी.एस.ओ. की पुस्तकों के बारे में अधिक जानकारी वेबसाइट

http://
www.oneworld.org/vso/
से प्राप्त की जा सकती है।

वी.एस.ओ./हाइनमैन शृंखला में शिक्षकों के लिए कुछ गाइड्स

हाउ टू मेक एंड यूज़ विज़ुअल एंडस
लेखक: निकोला बायर्ड एवं निकोला हारफोर्ड

इस सचित्र पुस्तक में सस्ते सामान से जल्दी से बनाए जाने वाली बहुत सारे शैक्षणिक साधनों (टीचिंग एंड्स) का उल्लेख है। इनको आसानी से दुनिया के किसी भी कोने में बनाया जा सकता है। शिक्षक, शिक्षक प्रशिक्षकों और विकास में लगे कार्यकर्ताओं के लिए एकदम अनिवार्य पुस्तक।

दी साइंस टीचर्स हैंडबुक
लेखक: एंडी बायर्स, ऐंन चाइल्ड्स, क्रिस लेन

दी साइंस टीचर्स हैंडबुक रोचक गतिविधियों और मज़ेदार प्रयोगों से भरी पड़ी है। साधन विहीन कक्षाओं में भी इसके द्वारा जान फूंकी जा सकती है। वी.एस.ओ. के शिक्षकों और पूरी दुनिया में फैले उनके साथियों ने स्थानीय सामान और सृजनात्मकता का उपयोग कर विज्ञान की इन गतिविधियों को विकसित किया है। इस पुस्तक को हिंदी में *अपने हाथ विज्ञान* के नाम से एकलव्य ने पहली बार छापा है।

सेटिंग अप एंड रनिंग ए स्कूल लाइब्रेरी
लेखक: निकोला बायर्ड

इस जीवंत और प्रायोगिक गाइड के ज़रिए स्कूलों के पुस्तकालयों को चलाना आसान और मज़ेदार बनेगा। यह पुस्तक खासतौर पर उन लोगों के लिए लिखी गई है जिन्हें पुस्तकालय विज्ञान के बारे में कुछ भी नहीं मालूम। यह पुस्तक वी.एस.ओ. के शिक्षकों और उनके साथियों के काम पर आधारित है। इसमें विकासशील देशों में साधनों के अभाव की स्थितियों को मद्देनज़र रखा गया है। बहुत कम साधनों से भी स्कूलों में ऐसे पुस्तकालय खोले जा सकते हैं जिनसे वहां की स्थिति में कुछ अंतर पड़े।

वर्तमान में वी.एस.ओ. ने निम्न विषयों पर पुस्तकें प्रकाशित की हैं:

एडल्ट लिटरेसी– विकास कार्यकर्ताओं के लिए मैनुअल
लेखक: पॉल फौरडम, डेरिन हौलेंड और जूलियट मिलिसेन

एग्रिकल्चर एंड नेचुरल रिसोर्सेज – विकास कार्यकर्ताओं के लिए मैनुअल
लेखक: पेनीलोप एमरीना

केयर एंड सेफ यूज़ आफ हास्पिटल इक्विपमेंट
लेखक: मुरियल स्कीट एवं डेविड फियर

कल्चर, कैश एंड हाउसिंग – कम्यूनिटी एंड ट्रेडिशन इन लो–इंकम हाउसिंग
लेखक: मौरिस मिचिल एवं एंडी बेवन

इंट्रोडक्ट्री टेक्नॉलोजी – ए रिसोर्स बुक
लेखक एडरायन अविंस

मेड इन अफ्रीका – लर्निंग फ्राम कारपेंट्री एंड हैंड–टूल प्रोजेक्ट लेखक जैनेट लीक, एंडरू स्काट एवं मैथ्यू टेलर

पारटिसिपेट्री फारेस्ट्री – दी प्रोसेस ऑफ चेंज इन इंडिया एंड नेपाल
लेखक: मेरी होबली

यूज़िंग टेक्निकल स्किल्स इन कम्यूनिटी डेवलपमेंट – एन एनालिसिस ऑफ वी.एस.ओ. एक्सपीरियेंस
लेखक: जौनाथन डौसन

वाटर सप्लाईज़ टू विलिज कम्यूनिटीज़
लेखक: कौलिन एवं मौग बॉल

वी.एस.ओ. की पुस्तकों के बारे में अधिक जानकारी हासिल करने के लिए संपर्क करें:

वी.एस.ओ.बुक्स
317, पुटनी ब्रिज रोड, लंदन, यू के
टेलीफोन: (+44) (0) 181 780 2266
फैक्स: (+44) (0) 181 780 1326
ई–मेल: sbernau@vso.org.uk

इंडेक्स

नोट: जो शब्द यहां नहीं हैं उन्हें शब्द-संग्रह (पृष्ठ 100) पर देखा जा सकता है।

अनुपात 47, 104
अनुमान 17, 33
अंकगणितीय अनुक्रम 28-9
अंकगणितीय श्रेणियां 35-6, 100
संख्या-क्रम 52-3, 103
अंकों की पिरामिड 93-4
अंकों के वर्ग 20, 105
आकार 14, 15-16, 21, 24-5
आयतन 15-16, 21, 25, 38, 106
आयताकार ठोस वस्तुएं 44-5
आंकड़ों का विश्लेषण 29-30
आंकड़े एकत्र करना 29-30, 101
इकाइयां मानक और गैर-मानक 38-9, 59-60, 105
इस्लामी नमूने 64-66
उल्टा अनुपात (Inverse Proportion) 17
उल्टी संक्रिया (Inverse Operation) 53, 102
कार्य योजना 85-8
कोज्या 52
कोण 15, 96-7,100
कार्यशीट 82-3
कौशल और चतुराई के खेल 67-9
कोर्स योजना 84-5
खेल 10-15, 67-9
खोजबीन 23-30
गुणधर्म 12, 104
गुणनखंड निकालना (Factorising) 42
गुणा करना 11, 20, 42, 57, 58
गिनना 55-6
गोला 20-21
गैर-मानक इकाइयों के लिए इकाइयां देखें
घटाना 19-20
घन की ज्यामिति 52
घनाभ (Cuboid) 21, 25, 101
घुमाना (Rotation) 34, 62-4, 104
चतुर्भुज 18-19
छूने वाला थैला 18, 88-9
जादुई वर्ग (Magic Square) 19-20
जाल (Nets) 15-16, 44, 103
जाल (Network) 61
जोड़ना 19-21, 22
ज्या 51
ज्यामितीयबोर्ड 18-19
ज्यामितीय श्रेणियां 35-6
टेसीलेशन 26, 105
ठोस
  आयतन और सतही क्षेत्रफल 25
  आयताकार 44-5
  कार्य योजना 88-93
  ठोस काम करना 15-19
डिब्बे का डिज़ाइन 15-16
डोरी 46-50
तापमान 38
ताश के खेल 13-14, 89-90
तुलना 47, 101
दशमलव 11, 13-14, 27-8, 46
दिशाकोण 60, 100
धारिता, क्षमता 38, 100
नज़रिया (Views & Perspectives) 45
नमूने 28-9, 62-6, 102, 103
नमूने डिज़ाइन करना 62-4
नापना 15-17, 59-60; *इकाइयां भी देखें*
निर्देश 60-1
निर्देशांक 33-5, 60, 101
पत्थरों की ढेरी 94-5
पढ़ाने के तरीके 6-30
पूर्णांक 46
पैमाना (Scale) 15-16, 17, 44
परिधि 27
परिमिति/परिधि 24-5, 38, 103
परिमेय संख्याएं 13, 104
पहेलियां/समस्याएं 19-23, 67
पाई 27, 103
पाठ्यपुस्तकों को समझना 77-82
पासा 18, 101
प्रतिबिम्बन 32, 33, 62-3, 104
प्रतिशत 13-14, 22, 27-8, 103
फलन (Function) 12-13, 49-50
बड़ा करना (Enlargement) 34
बहुभुज आकार (Polygon) 26, 65-6, 104
बहुफलक (Polyhedra) 90-3, 104
बारीक माप 16
बिन्दुपथ (Locus) 36, 50, 61-2
बीजगणित 100
  फलन 12-13
  हौसा 58-9
  समीकरणों का समाधान 39-43
बोतलों के ढक्कन 32-6
बोलना और सुनना 72-77
बौद्ध डिज़ाइन 66
भाग देना 11, 20
भार 38
भारत 62-3, 66, 67
भिन्न 5, 13-14, 27-8, 101, 102
  मिस्र 58
  समतुल्य 47-8
  क्रम में लगाना 46
माचिस की डिब्बियां 43-5, 73-4
मानक इकाइयों के लिए देखें इकाइयां
मानचित्रण (Mapping) 49-50, 102
मानसिक गणना 52-3
माप की इकाइयां
मिस्र प्राचीन 57, 58, 67
यंत्र 66
युगपत (Simultaneous) समीकरण 25-6
योजना बनाना 6-7, 84-97
रूपांतरण 33-5, 105
रेखाचित्र (Graph) 17, 23-4, 48, 76-5
रैखिक समीकरण 23-4, 93-7
रंगोली के नमूने 62-3
लम्बाई 38, 44
वर्ग 20, 37, 55-6, 64-5
  जादुई 19-20
वृत 27
विकास के नमूने 35-7
सदिश (Vector) 18-19
व्याख्या 29-30, 102
व्यास 27
शब्दकोश, गणितीय 77-8
शैक्षणिक साधन 31-53
शौंगो नमूने 61
श्रेणियां 28-9, 52-3, 103, 105
सतही क्षेत्रफल 21, 25, 44
समतल (Plane) 14, 103
समतुल्यता (Equivelance) 13-14, 41-3, 47-8, 101
सममिति (Symmetry) 18, 21, 78, 105
समय 16, 38
समस्या हल करना 22
समस्याओं पर चर्चा 75
समान आकार 14, 105
समीकरण
  बनाना और उन्हें हल करना 22
  हौसा अंक 58-9
  रैखिक 23-4, 93-7
  युगपत (Simultaneous) 25-6
  समबाहु त्रिभुज 21
सर्वांगसमता 14, 18-19, 101
सांख्यिकी 29-30, 105
सीखने वाले का सांस्कृतिक परिवेश 54-70
सीखने वाले की भाषा 71-83
सीधी रेखा की ग्राफ 23-4, 48
सींकें 36-9
संकल्पना (Hypothesis) 29-30, 102
सम्बंधों / रिश्तों के लिए रेखाचित्र देखें
संभाविता 10-11, 18, 22-3, 46-7, 104
संयोग 35, 45, 100
संसाधन 31-53
स्नैप 13-14, 89
स्थान निर्धारण 60-3
स्थान-विज्ञान (Topology) 61
स्थानीय मान 11-12, 22, 55-6
स्थानांतरण (Translation) 34-5
हिन्दू डिज़ाइन 62-3, 66
क्षेत्रफल 15-16, 17
  वृत्त 27
  परिधि 24-5
  पैमाना (Scale) 44
  सतह 21, 25, 44
  इकाइयां 38
त्रिकोणमिति 17, 51-2, 74
त्रिज्या 27
त्रिभुज 18-19, 21, 37, 66

एकलव्य : एक परिचय

एकलव्य एक स्वैच्छिक संस्था है जो पिछले कई वर्षों से शिक्षा एवं जनविज्ञान के क्षेत्र में काम कर रही है।

एकलव्य का मुख्य उद्देश्य है ऐसी शिक्षा जो बच्चे व उसके पर्यावरण से जुड़ी हो, जो खेल, गतिविधि व सृजनात्मक पहलुओं पर आधारित हो। एकलव्य ने अपने काम के दौरान पाया कि स्कूली प्रयास तभी सार्थक हो सकते हैं जब बच्चों को स्कूली समय के बाद घर में भी रचनात्मक गतिविधियों के साधन उपलब्ध हों। किताबें तथा पत्रिकाएँ ऐसे साधनों का एक अहम हिस्सा हैं।

पिछले कुछ वर्षों में एकलव्य ने अपने काम का विस्तार प्रकाशन के क्षेत्र में भी किया है। एकलव्य के नियमति प्रकाशन हैं - मासिक बाल विज्ञान पत्रिका *चकमक*, विज्ञान एवं टेक्नॉलॉजी फीचर *स्रोत* तथा शैक्षिक पत्रिका *संदर्भ*। शिक्षा, जनविज्ञान एवं बच्चों के लिए सृजनात्मक गतिविधियों के अलावा विकास के व्यापक मुद्दों से जुड़ी किताबें, पुस्तिकाएँ, सामग्री आदि भी एकलव्य ने विकसित एवं प्रकाशित की हैं।

गणित की गतिविधियां एक ऐसी पुस्तक है जो प्रयोग करने में आसान और रोचक है। इससे दुनिया भर के उच्च-प्राथमिक और उच्चतर माध्यमिक स्कूल के शिक्षकों को अपनी कक्षाओं में गणित का स्तर बेहतर करने में मदद मिलेगी। यह मार्गदर्शिका सभी गणित शिक्षकों व गणित में अभिरुचि रखनेवालों के लिए सहायक सिद्ध होगी, चाहें वे विषय को पहली बार या फिर उसे बरसों से पढ़ा रहे हों।

यह मार्गदर्शिका:

- कक्षा में उपयोग किए जाने वाले अलग-अलग तरीकों की व्याख्या करती है और कई ठोस गतिविधियों के उदाहरण पेश करती है।
- उन शैक्षणिक साधनों को सुझाती है जिनको छात्र, कक्षा में गणित सीखने के लिए इस्तेमाल कर सकते हैं।
- शिक्षकों को हिन्दी व अंग्रेज़ी भाषा में गणित पढ़ाने के व्यवहारिक सुझाव देती है। विशेषकर उन छात्रों के लिए जिनकी मातृभाषा हिन्दी या अंग्रेजी नहीं है।
- समझाती है कि गणित को किस प्रकार छात्रों की सामाजिक ज़िंदगी और उनके सांस्कृतिक परिवेश के साथ जोड़ा जा सकता है।

VSO

Sharing skills • Changing lives

वी.एस.ओ. बुक्स, 317 पुटनी ब्रिज रोड, लंदन SW 15 2 PN यू.के.

1958 से अब तक 21,000 से भी अधिक प्रशिक्षित कार्यकर्ताओं ने वी.एस.ओ. के साथ 60 से ज़्यादा देशों में काम किया है। वी.एस.ओ. बुक्स, वी.एस.ओ. के कार्यकर्ताओं के कार्य-सम्बंधी अनुभवों और मौजूदा सोच पर आधारित व्यवहारिक किताबें और विकास पर पर्चे प्रकाशित करता है।

एकलव्य
का प्रकाशन

मूल्य: 100 रुपए

ISBN: 81-87171-41-3